GOBIERNO DEL ESTADO DE
BAJA CALIFORNIA SUR

IEEA
BAJA CALIFORNIA SUR
INSTITUTO ESTATAL DE EDUCACIÓN PARA ADULTOS

PENSAMIENTO MATEMÁTICO 3

**Modelo de Educación para la Vida,
AprendeINEA**

GUÍA DE APRENDIZAJE

COORDINACIÓN DE ZONA 0303 LA PAZ I
IEEA. BCS
ELABORÓ: ANAIS VALDEZ MUÑOZ
Septiembre 2024

Propósito

El propósito de esta guía de pensamiento matemático 3 es proporcionar a los educandos una comprensión integral de los conceptos fundamentales de los números reales, operaciones matemáticas y geometría básica, aplicados tanto en la vida cotidiana como en contextos académicos. A través de la clasificación de números, operaciones con signo, potencias, raíces y el uso de sistemas de medida, se busca desarrollar habilidades de razonamiento lógico y analítico. Además, se introducen conceptos de representación gráfica, medición y cálculos geométricos, preparándolos para resolver problemas matemáticos de manera eficiente.

Esta guía se elaboró en el área de formación de la Coordinación de zona 0303 La Paz I; por la Ing. Anais Valdez Muñoz.

"Las matemáticas son como un camino lleno de retos, pero cada paso que das te acerca a nuevas soluciones. No importa cuán difícil parezca, siempre es posible avanzar. Con esfuerzo y perseverancia, lograrás entenderlas y usarlas a tu favor en la vida diaria."

Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta.

Anais Valdez

Índice

Los numeros reales

Módulo1

Propósito

Que los educandos comprendan y clasifiquen los diferentes tipos de números reales, incluyendo los números naturales, enteros, racionales e irracionales. Se busca que los educandos identifiquen la importancia del cero dentro de las clasificaciones numéricas y que aprendan las propiedades que rigen las operaciones con números reales.

Módulo 1. Los números reales

Los números reales ***son todos los números que podemos usar para contar, medir y calcular***.

Clasificación de los números reales

Números Naturales	**¿Qué son?**: Son los números que usamos para contar cosas. **Ejemplos**: 1, 2, 3, 4, 5, ...
Números Enteros	**¿Qué son?:** Incluyen todos los números naturales, el cero y los números negativos (los que usamos para representar deudas o temperaturas bajo cero). **Ejemplos:** ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
Números Racionales	**¿Qué son?:** Son números que pueden escribirse como una fracción, es decir, como un número dividido por otro. Incluyen los números enteros y los números que tienen partes decimales exactas o que se repiten. **Ejemplos:** 1/2, 3/4, 5 (que es lo mismo que 5/1), -2/3, 0.75 (que es lo mismo que 3/4).
Números Irracionales	**¿Qué son?**: Son números que no pueden escribirse como una fracción exacta. Sus decimales siguen y siguen sin repetirse nunca. **Ejemplos**: El número π\piπ (pi), que es aproximadamente 3.14159... y sigue sin repetirse. Otro ejemplo es la raíz cuadrada de 2, que es aproximadamente 1.414213... y sigue sin repetirse.

TODOS JUNTOS SON NÚMEROS REALES

Cuando juntamos todos estos tipos de números (***naturales, enteros, racionales e irracionales***), obtenemos los números reales. Son todos los números que podemos imaginar y usar para contar, medir y calcular en la vida diaria.

Ejemplos**:** 0, 1, -1, 1/2, π, $\sqrt{2}$, 2.75, ...

Nota:

El cero **NO** es un número natural porque los números naturales se utilizan para contar elementos o numerarlos, y el cero no corresponde a ninguno de estos casos. Sin embargo, el cero sí pertenece al conjunto de los números enteros, junto con los números naturales y los negativos.

El cero y sus clasificaciones

El número cero tiene una clasificación especial dentro de los conjuntos numéricos:

- **Número Natural**: Los números naturales se utilizan para contar elementos. Comienzan desde 1 y no incluyen al cero. Por lo tanto, el cero no es un número natural.
- **Número Entero**: El conjunto de números enteros incluye al cero, junto con todos los números naturales y sus opuestos negativos. Por lo tanto, el cero sí es un número entero.

Aunque el cero no es considerado un número natural porque no se usa para contar elementos, sí forma parte del conjunto de los números enteros, que incluye a los números naturales (desde 0 en adelante) y sus negativos.

A continuación, se muestran algunos ejemplos para ilustrar la diferencia entre los números naturales y el cero como número entero:

Estos ejemplos muestran cómo los números naturales se usan para contar objetos y cómo el cero y otros números enteros se utilizan para representar diferentes situaciones, incluyendo la ausencia de elementos y números negativos.

¿POR QUÉ SON IMPORTANTES?

Los números reales son útiles porque nos permiten trabajar con cualquier cantidad que podamos necesitar en la vida cotidiana. Ya sea contar manzanas, medir la longitud de una cuerda, calcular el área de un terreno, o entender la temperatura, todos estos se expresan usando números reales.

Propiedades de los números reales

Ya hemos aprendido que los números reales incluyen muchos tipos de números, como los naturales, enteros, racionales e irracionales. Ahora vamos a ver algunas propiedades importantes que nos ayudan a realizar operaciones con estos números de manera correcta y eficiente.

Propiedad	Descripción	Aplicación
Conmutativa	Nos dice que el orden en que sumamos o multiplicamos dos números no cambia el resultado.	**Suma**: a + b = b + a Ejemplo: 3 + 5 = **8** 5 + 3 = **8** **Multiplicación**: a×b = b×a Ejemplo: 4×7 = **28** 7×4 = **28**
Asociativa	Nos dice que cuando sumamos o multiplicamos tres o más números, la forma en que agrupamos los números no cambia el resultado.	**Suma**: (a + b) + c = a + (b + c) Ejemplo: (2+3) + 4 = 5 + 4 = **9** 2 + (3+4) = 9

		2 + 7 = **9**
Distributiva	Nos dice que podemos distribuir un número que estamos multiplicando por una suma o resta dentro de los paréntesis.	**Multiplicación sobre suma**: a × (b + c) = (a × b) + (a × c) Ejemplo: 2× (3+4) = (2×3) + (2×4) 2 x 7 = 6 + 8 **14** = **14** **Multiplicación sobre resta**: a×(b−c) = (a×b) − (a×c) Ejemplo: 5 × (6−2) = (5×6) − (5×2) 5 x 4 = 30 - 10 **20** = **20**

Nota:

El signo **∞** se lee como infinito.

Los números reales positivos *pueden llevar escrito, o no*, el signo más (signo positivo).

Ejemplo: +1, +2, 3, +4, 5

Los números reales negativos *siempre deben ir acompañados* del signo menos o signo negativo.

Ejemplo: -5,-4, -3, -2, -1

Ejercicios prácticos. Clasificación de números reales.

A continuación, clasifica cada número como natural, entero, racional o irracional. Marca con una paloma ✓ según su clasificación. Recuerda que algunos números pueden pertenecer a más de una categoría.

Número	**Clasificación**			
	Naturales	**Enteros**	**Racionales**	**Irracionales**
7				
-3				
$\frac{5}{2}$				
0				
π				
$\sqrt{16}$				
$-\frac{7}{3}$				
2.75				
***e* (el número de Euler)**				

Respuestas. El símbolo ✓ indica **Sí**

Número	**Clasificación**			
	Naturales	**Enteros**	**Racionales**	**Irracionales**
7	✓	✓	✓	No
-3	No	✓	✓	No
$\frac{5}{2}$	No	No	✓	No
0	No	✓	✓	No
π	No	No	No	✓
$\sqrt{16}$	✓	✓	✓	No
$-\frac{7}{3}$	No	No	✓	No
2.75	No	No	✓	No
e (el número de Euler)	No	No	No	✓

La recta numérica

Módulo 2

Propósito

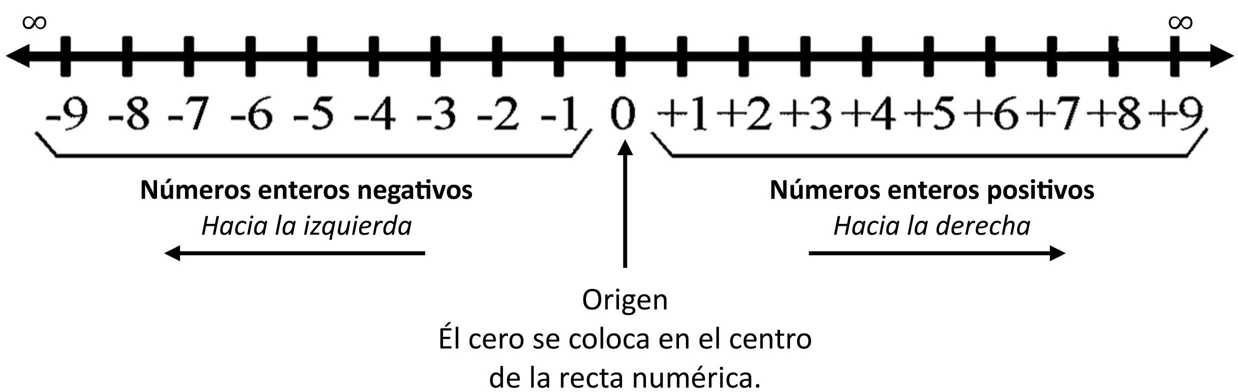
Enseñar a los educandos a representar números en la recta numérica. Los educandos aprenderán a dibujar y a localizar los números positivos y negativos, utilizando la recta como una herramienta para comprender mejor la relación entre diferentes tipos de números.

Módulo 2. La recta numérica

La recta numérica es una línea en la que podemos **representar todos los números reales** de manera ordenada, de izquierda a derecha. En ella, cada punto corresponde a un número específico y está asociado a una posición única.

Representación

En la recta numérica, los números más pequeños están hacia la izquierda y los más grandes hacia la derecha. **El cero** generalmente **se coloca en el centro** como punto de referencia.



En cada extremo de la recta numérica hay una flecha que apunta hacia afuera. Estas flechas indican que los números continúan indefinidamente en ambas direcciones a lo largo de la recta:

- Hacia el lado izquierdo de la recta numérica, los números continúan sucesivamente hacia menos infinito. (Con este símbolo se representa el infinito ∞)
- Hacia el lado derecho de la recta numérica, los números continúan sucesivamente hacia más infinito. (Con este símbolo se representa el infinito ∞)
- El cero actúa como punto de referencia en la recta numérica. No es ni positivo ni negativo, sino que separa los números en ambos lados de la recta.

Nota:

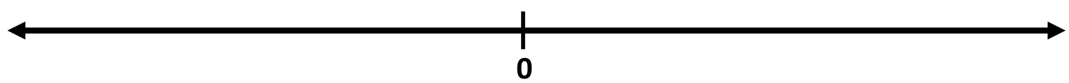
El símbolo del infinito (∞) representa un concepto matemático que indica un valor extremadamente grande o ilimitado, que no tiene un límite definido.

En la recta numérica, el símbolo del infinito se coloca en los extremos para indicar que los números continúan hacia menos infinito ($-\infty$) en el lado izquierdo y hacia más infinito ($+\infty$) en el lado derecho.

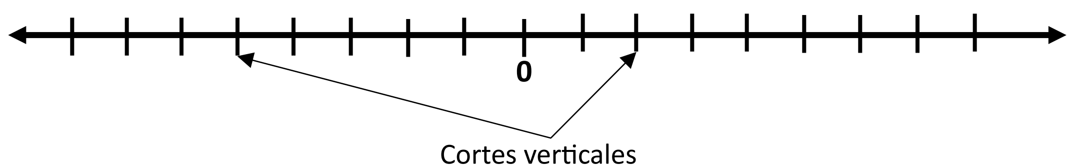
Pasos para dibujar una recta numérica.

Paso 1.-Se dibuja una línea horizontal y en cada extremo se coloca una flecha apuntando hacia donde le corresponde.

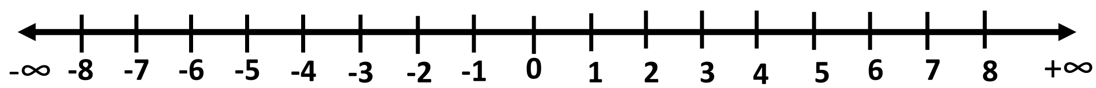
Paso 2.- Se dibuja un corte vertical en el centro de la línea, el cual representa el origen, es decir, el número cero.



Paso 3. Se dibujan cortes verticales igualmente espaciados a la derecha y a la izquierda del origen o cero para representar las posiciones de los números enteros positivos y negativos.



En cada corte o línea se escriben los números positivos y negativos de forma progresiva a partir del origen o del número cero. Hacia la izquierda se escriben los números negativos, empezando por el -1 (menos 1), y hacia la derecha los números positivos, comenzando por el +1 (mas 1)



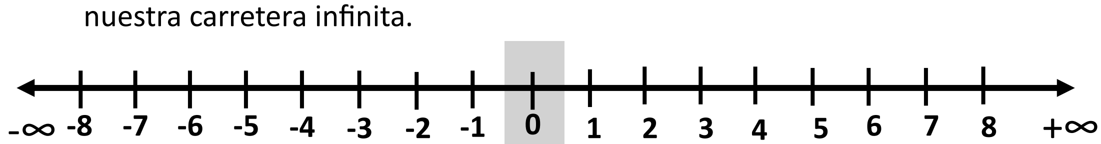
Localización de los números positivos y negativos en la recta numérica

Como ya lo vimos anteriormente, la recta numérica es una línea infinita que se extiende en ambas direcciones, similar a una carretera que nunca termina. Esta línea tiene un punto de partida llamado "cero" en el centro. Hacia la derecha de este punto, encontramos los números positivos, y hacia la izquierda, los números negativos.

¿Cómo ubicamos los números en la recta numérica?

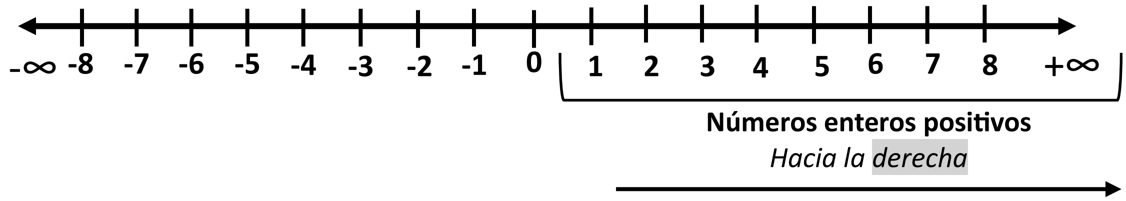
El punto de partida: Cero

- El cero es el punto central de la recta numérica. Es como el marcador de inicio de nuestra carretera infinita.

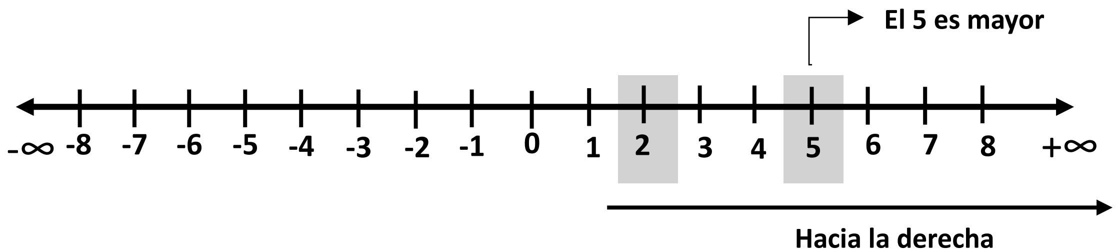


Números positivos

- Los números positivos (1, 2, 3, ...) se ubican a la derecha del cero. **Cuanto más a la derecha se encuentra un número**, **mayor es su valor**.

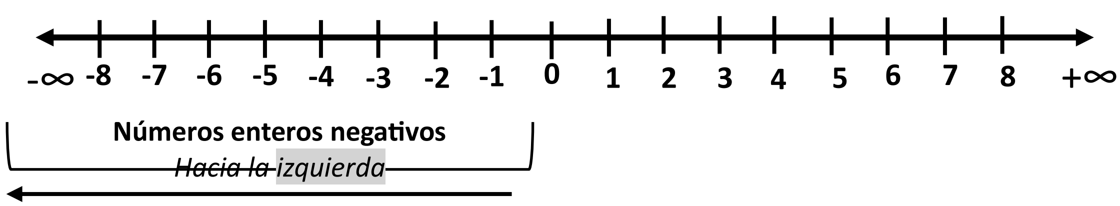


- Ejemplo: El número 5 está más a la derecha que el número 2, **lo que significa que 5 es mayor que 2.**

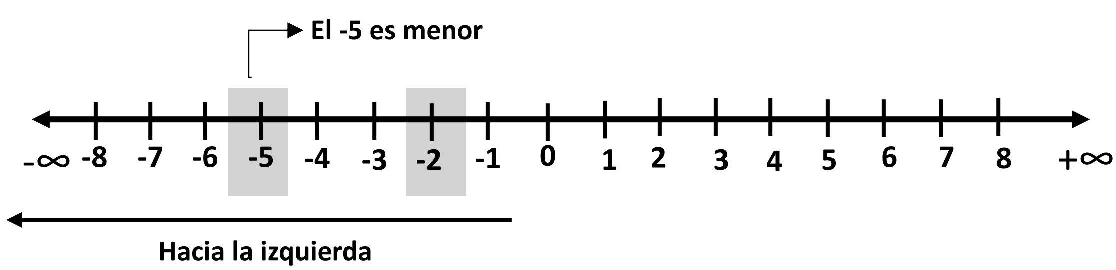


Números negativos

- Los números negativos (-1, -2, -3, ...) se ubican a la izquierda del cero. **Cuanto más a la izquierda se encuentra un número, menor es su valor.**

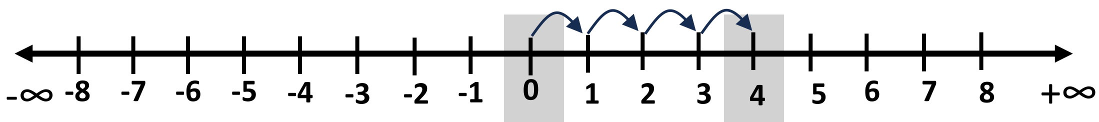


- Ejemplo: El número -5 está más a la izquierda que el número -2, lo que significa que -5 es menor que -2.



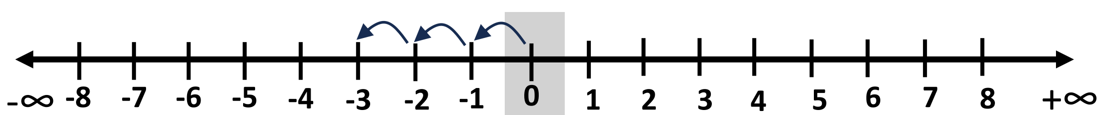
Ejemplos prácticos

1. **Ubicación del número 4:**
    - Encuentra el cero (0).
    - Muévete cuatro pasos hacia la derecha. Aquí está el número **4.**



2. **Ubicación del número -3:**

- Encuentra el cero (0).
- Muévete tres pasos hacia la izquierda. Aquí está el número **-3.**



Importancia de la ubicación

La posición de un número en la recta numérica es importante porque nos ayuda a entender su valor relativo con respecto a otros números. Por ejemplo, sabemos que 7 es mayor que 3 porque está más a la derecha en la recta numérica. De la misma manera, -4 es menor que -1 porque está más a la izquierda.

Valor absoluto y valor relativo

Módulo 3

Propósito

Que los educandos comprendan los conceptos de valor absoluto y valor relativo, y cómo estos se aplican en la comparación de números en la recta numérica. Se busca que el educando sea capaz de calcular y analizar el valor absoluto como una medida de distancia respecto al cero y el valor relativo para evaluar la posición de los números entre sí.

Módulo 3. Valor absoluto y valor relativo.

El valor absoluto

El valor absoluto de un número real cualquiera equivale al mismo valor del número sin tomar en cuenta su signo, de modo que se expresa siempre como un número positivo. Se denota como $|\chi|$.

Ejemplo:

El valor absoluto de –5 es 5, pues la distancia de –5 al origen 0 es 5, y se representa:

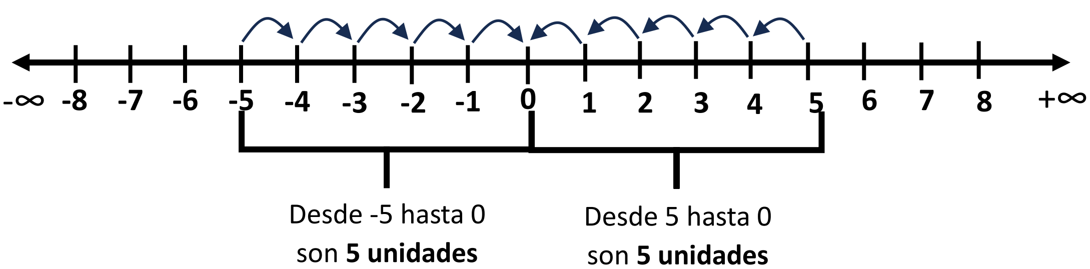
$$|-5| = 5$$

Así, la expresión |-5| se lee como "valor absoluto de menos cinco".

El valor absoluto de +5 es 5, pues la distancia de +5 al origen 0 es 5, y se representa:

$$|+5| = 5$$

Así, la expresión |+5| se lee como "valor absoluto de más cinco".



El valor relativo

El valor relativo de un número real se **refiere a su posición en la recta numérica**. Es importante porque nos permite entender cómo se comparan los números entre sí, considerando tanto **su magnitud como su signo** (positivo o negativo).

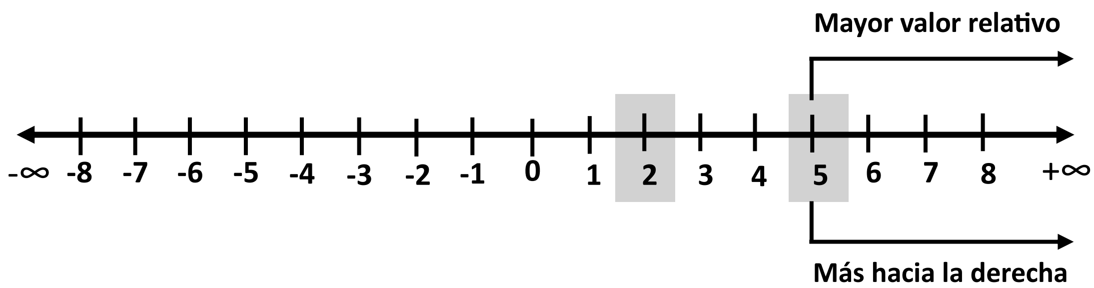
El valor relativo de un número depende de dos cosas:

1. Su valor absoluto (la distancia del número al cero, sin importar el signo).
2. Su signo (positivo o negativo).

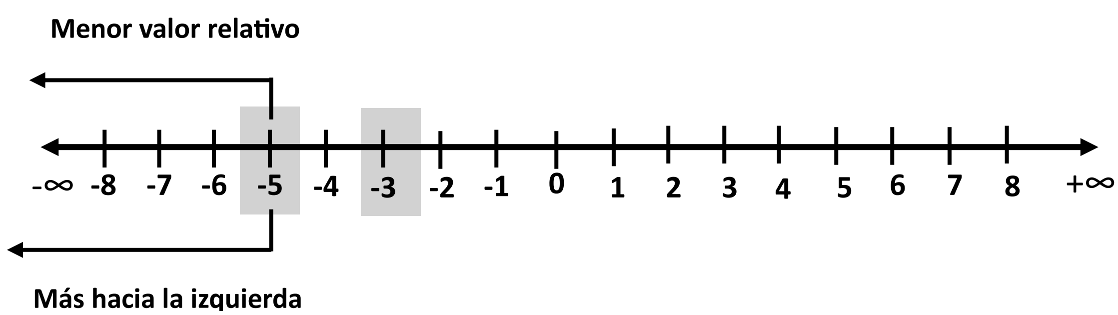
Comprendiendo el valor relativo

- **Números positivos:** Los números positivos se encuentran a la derecha del cero en la recta numérica. Cuanto **más a la derecha** esté un número, **mayor será** su valor relativo.

- Ejemplo: **5** tiene un **valor relativo mayor** que **3** porque está **más a la derecha** en la recta numérica.

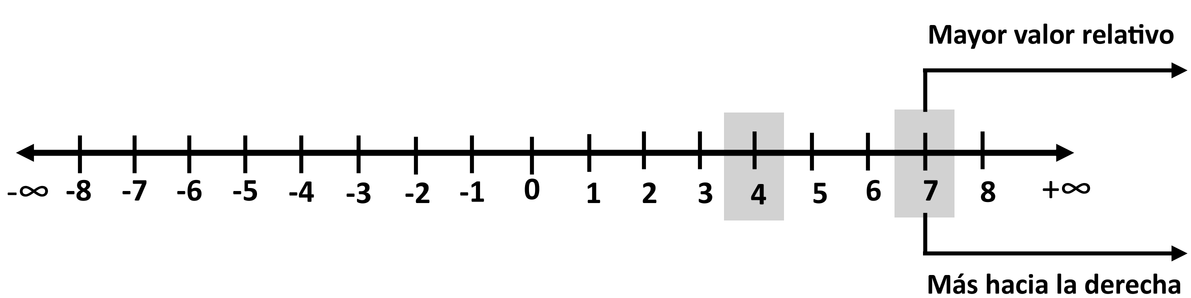


- **Números negativos:** Los números negativos se encuentran a la izquierda del cero en la recta numérica. Cuanto **más a la izquierda** esté un número, **menor será** su valor relativo.
  - Ejemplo: -5 tiene un valor relativo menor que -3 porque está más a la izquierda en la recta numérica.



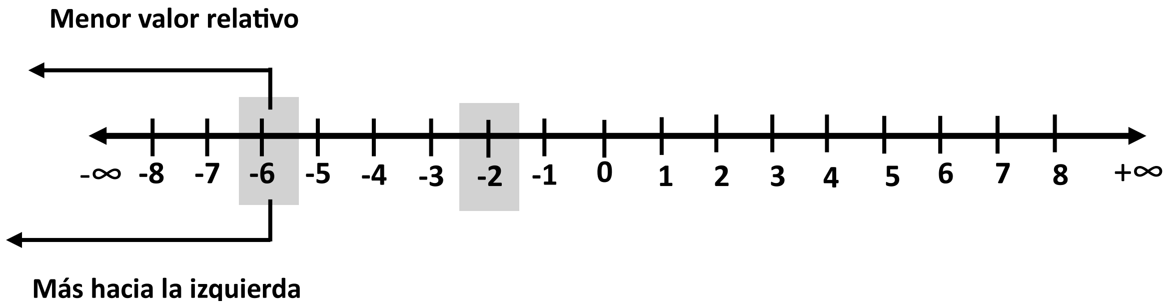
Ejemplos prácticos

1. **Comparación entre números positivos:**
   - 4 y 7: En la recta numérica, 7 está más a la derecha que 4. Por lo tanto, 7 tiene un valor relativo mayor que 4.



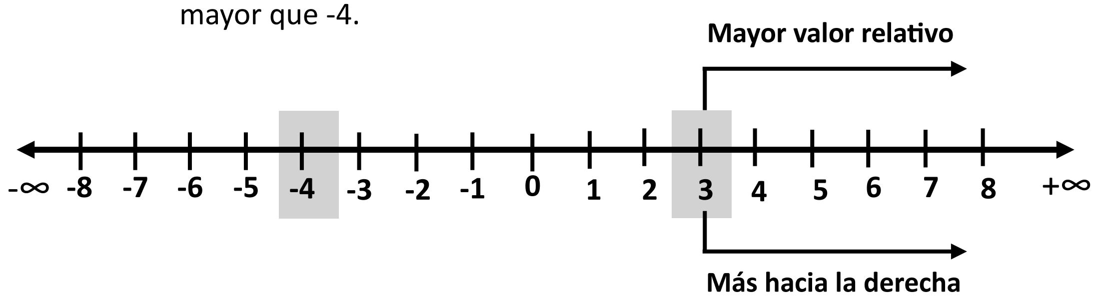
2. **Comparación entre números negativos:**

    - -2 y -6: En la recta numérica, -6 está más a la izquierda que -2. Por lo tanto, -6 tiene un valor relativo menor que -2.



3. **Comparación entre un número positivo y uno negativo:**

    - 3 y -4: En la recta numérica, **cualquier número positivo está siempre a la derecha de cualquier número negativo**. Por lo tanto, 3 tiene un valor relativo mayor que -4.



Operaciones de suma y resta de números con signo

Módulo 4

Propósito

Aplicar las reglas de suma y resta de números con signo, incluyendo el uso de la recta numérica como herramienta visual. Dominar la ley de los signos y su aplicación en la solución de problemas que involucren números positivos y negativos, así como operaciones de multiplicación y división.

Módulo 4. Operaciones de suma y resta de números con signo

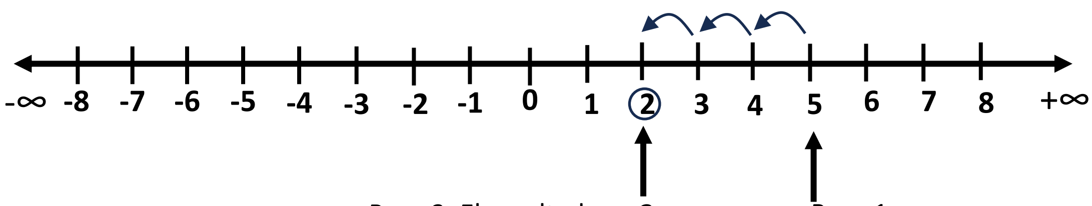
Los números reales, tanto positivos como negativos, se pueden sumar sin importar su signo. Para entender mejor la suma y la resta de estos números, utilizaremos la recta numérica.

Operaciones de suma y resta con signo en la recta numérica.

- **Suma de un número positivo y otro negativo**:

5 + (−3)

Paso 2. Nos movemos 3 unidades a la izquierda, porque sumamos un número



Paso 3. El resultado es **2.**

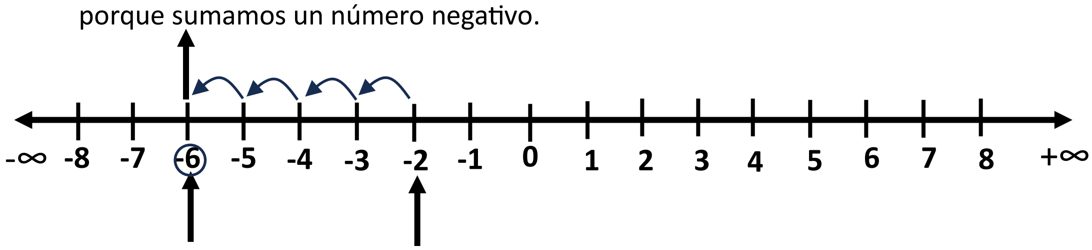
Paso 1
Comenzamos en 5

El resultado de: 5 + (−3) = 2

- **Suma de dos números negativos:**

−2 + (−4)

Paso 2. Nos movemos 4 unidades a la izquierda, porque sumamos un número negativo.



Paso 3. El resultado es **-6.**

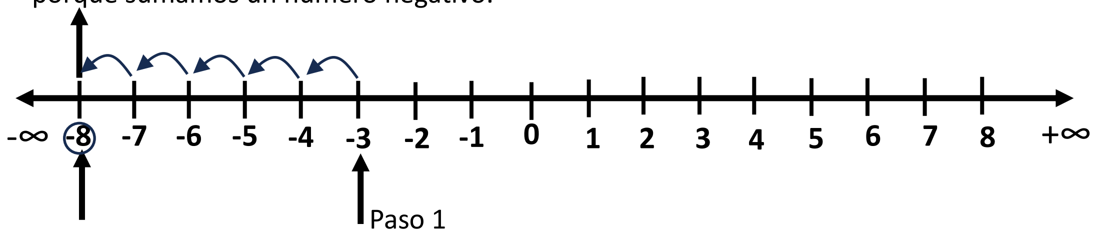
Paso 1
Comenzamos en -2

El resultado de: −2 + (−4) = -6

- **Resta de dos números negativos:**

$-3-(-5)$

Paso 2. Nos movemos 5 unidades a la izquierda, porque sumamos un número negativo.



Paso 3. El resultado es **-8.**

Paso 1
Comenzamos en -3

El resultado de: $-3-(-5)=8$

En esta guía, comenzamos a entender los números con signo utilizando modelos concretos en la recta numérica. Estos modelos nos ayudan a visualizar cómo sumar y restar números positivos y negativos mediante movimientos hacia la derecha o hacia la izquierda en la recta.

Sin embargo, en situaciones donde lidiamos con números muy grandes o muy pequeños, los modelos visuales pueden no ser prácticos. Es por eso que es importante aprender las reglas fundamentales de la suma, resta, multiplicación y división de números con signo.

Estas reglas nos permiten realizar operaciones matemáticas con números positivos y negativos de manera precisa, incluso cuando no podemos usar modelos visuales para representarlos.

Ley de los signos para la suma de número reales

- La suma de dos números positivos es positiva.

  Ejemplo: $(+5)+(+9)=14$, o bien, $5+9=14$

- La suma de dos números negativos es negativa.

  Ejemplo: $(-4)+(-8)=-4-8=-12$

- Para sumar números con signo diferente, del número de mayor valor absoluto se resta el número de menor valor absoluto, y al resultado se le antepone el signo del número de mayor valor absoluto.

  Ejemplo: $(+5)+(-9)=-4$

- Para restar números con signo, se cambia el signo del sustraendo y se procede como en la suma.

  Ejemplo: $(-3)-(-5)=$ equivale a $(-3)+(+5)=2$

Solución de problemas con suma y resta de números positivos y negativos.

Problema. Roberto tiene $5,000. Quiere comprar una televisión por $2,500, una computadora por $1,800 y unos audífonos por $400. ¿Le alcanzará el dinero que tiene para cubrir todas sus compras?

Paso 1. Identificar los valores y sus signos**:**

- Dinero disponible de Roberto: +$5,000 (es una cantidad positiva)
- Costos de las compras: -$2,500 (televisión), -$1,800 (computadora), -$400 (audífonos)

Roberto tiene que calcular si le alcanza el dinero para todas sus compras:

$$\$5,000 - \$2,500 - \$1,800 - \$400$$

Paso 2. Sumar las cantidades negativas.

Primero sumamos entre sí las cantidades que tienen el mismo signo, que en este caso son todas negativas:

$-2500-1800-400 = -4700$ es el total a pagar por los 3 artículos.

Paso 3. Restar la suma de los costos del dinero disponible:

Después, a $5,000 le restamos $4,700; en este caso el resultado es positivo, porque $5,000 es mayor que $4,700:

$$\$5,000 - \$4,700 = \$300$$

Paso 4. Interpretación del resultado**:** En otras palabras, Roberto tiene $300 restantes después de realizar todas sus compras.

Multiplicación y división de números positivos y negativos

Ley de los signos

Para multiplicar y dividir números positivos y negativos, también conocidos como números con signo, es importante recordar que los signos también se combinan de acuerdo a una regla específica.

Esta regla, conocida como **la ley de los signos**, dice que al multiplicar o dividir dos números con el mismo signo, el resultado será positivo. Por otro lado, al multiplicar o dividir dos números con signos diferentes, el resultado será negativo.

Observa cómo se lleva a cabo la multiplicación y división de números positivos y negativos utilizando esta ley de los signos:

Ley de los signos para la multiplicación

Los paréntesis también indican multiplicación:

4(2) =8

(+)(+) = (+)

(-)(-) = (+)

Signos iguales (positivo por positivo o negativo por negativo) dan un **resultado positivo**.

(+)(-) = (-)

(-)(+) = (-)

Signos diferentes (positivo por negativo o negativo por positivo) dan un **resultado negativo.**

Ley de los signos para la división

(+) ÷ (+) = (+)

(-) ÷ (-) = (+)

Signos iguales (positivo por positivo o negativo por negativo) dan un **resultado positivo**.

(+) ÷ (-) = (-)

(-) ÷ (+) = (-)

Signos diferentes (positivo por negativo o negativo por positivo) dan un **resultado negativo.**

De esta forma, al multiplicar o dividir dos o más números con signo, primero se multiplican o se dividen los signos y después los números.

Por ejemplo: (Recuerda que cuando un número no tiene signo, significa que su signo es **positivo**.)	(5) (-8) =
Primero se multiplican los signos: positivo (1) por negativo (2), resulta negativo, así que se anota en el resultado:	(+) x (-) = (-) negativo (5) (-8) =
Después se multiplican los números:	**5** por **8** es igual a **40**
Así el resultado final es: **-40**	(+) x (-) = (-) negativo (5) (-8) = **- 40**

El mismo procedimiento se sigue cuando se multiplican más de dos números con signo.

Por ejemplo, para multiplicar:	(-9) (6) (2) =

Primero se multiplican los signos: el **negativo** del 9 por **positivo** del 6 da negativo; después, ese **negativo** por el **positivo** del 2, da negativo otra vez.	(-) x (+) x (+) = (-) negativo (-9) (6) (2) =
Después, se multiplican los números, ya sin considerar el signo:	9 por 6 es igual a 54 54 por 2 es igual a 108
El resultado final es igual a **-108.**	(-) x (+) x (+) = (-) negativo (-9) (6) (2) = **-108**

Para dividir **-**120 entre **-**8, primero se dividen los signos: el signo **negativo** del 120 entre el signo **negativo** del 8 da **positivo**. Como no se suele escribir el signo **positivo**, no se escribe el signo en el resultado:	(-120) ÷ (-8) =
Después, 120 entre 8 es igual a 15, que es el resultado final.	(-120) ÷ (-8) = 15

Ejercicio. Practica tus conocimientos acerca de la multiplicación y la división de números positivos y negativos. Resuelve cada operación. Observa el ejemplo.

Operación	Procedimiento. (Revisa la ley de los signos).
(−6) × 4	**Ejemplo:** 1.-Multiplica los signos: Negativo (−) por positivo (+) el resultado es negativo (−). 2.-Multiplica los números: 6 × 4 = 24 3.-Combina el signo y el resultado: (−6) × 4 = − 24 4.-Resultado -24
7× (−3)	
(−12) ÷ (−4)	
24 ÷ (−6)	
(−5) × (−7)	
18 ÷ (−3)	

Respuestas

Compara tus respuestas.

Operación	Procedimiento. (Revisa la ley de los signos).
(−6) × 4	1.-Multiplica los signos: Negativo (−) por positivo (+) el resultado es negativo (−). 2.-Multiplica los números: 6 × 4 = 24 3.-Combina el signo y el resultado: (−6) × 4 = − 24 4.-Resultado -24
7× (−3)	1.-Multiplica los signos: Positivo (+) por negativo (− resulta en negativo (−) 2.-Multiplica los números: 7×3=21 3.-Combina el signo y el resultado: 7× (−3) = −21 Resultado: −21
(−12) ÷ (−4)	1.-Divide los signos: Negativo (−) por negativo (−) resulta en positivo (+). 2.-Divide los números: 12 ÷ 4 = 3. 3.-Combina el signo y el resultado: (−12) ÷ (−4) = 3. 4.-Resultado: 3
24 ÷ (−6)	1.- Divide los signos: Positivo (+) por negativo (−) resulta en negativo (−). 2.-Divide los números: 24 ÷ 6 = 4. 3.- Combina el signo y el resultado: 24 ÷ (−6) = −4. 4.-Resultado: −4
(−5) × (−7)	1.-Multiplica los signos: Negativo (−) por negativo (−) resulta en positivo (+). 2.-Multiplica los números: 5×7=35. 3.-Combina el signo y el resultado: (−5) × (−7) = 35. 4.-Resultado: 35.
18 ÷ (−3)	1.-Divide los signos: Positivo (+) por negativo (−) resulta en negativo (−). 2.-Divide los números: 18 ÷ 3 = 6. 3.-Combina el signo y el resultado: 18 ÷ (−3) =−6. 4.-Resultado: −6.

Solución de problemas con multiplicación y división de números positivos y negativos

Problema 1. Amalia compró una televisión a meses sin intereses, por la cual deberá pagar $4 500 en seis mensualidades. ¿Cuánto le quitará la compra al sueldo de Amalia cada mes?

Desarrollo:

- Hay que considerar que la deuda de Amalia por el televisor es una cantidad negativa, ya que se irá restando de sus ingresos.

- De esta forma se tiene que ella debe −4 500 pesos, los cuales deberá cubrir en seis meses. Por lo tanto, para saber cuánto se le quitará cada mes a su sueldo por este adeudo, basta con dividir −4 500 entre 6:

$$-4500 \div 6 = -750$$

- En otras palabras, Amalia tendrá que descontar de su sueldo −750 pesos cada mes.

Problema 2. Pedro tiene que trabajar en otra ciudad durante una semana y necesita pagar $300 diarios en el hotel donde se hospedará. ¿Cuánto habrá pagado al finalizar la semana?

- Como Pedro gastará en hospedaje $300, la cantidad es negativa, ya que le significará un costo; además, recuerda que una semana tiene 7 días.

- Para resolver el problema, se debe multiplicar 2300 por 7:

$$(-300)\ (7) = -2\ 100$$

- **Pedro pagará $2 100 por hospedaje al finalizar la próxima semana.**

Ejercicio. Un bloque de hielo que se dejó en la banqueta bajo el sol disminuyó 10 centímetros (cm) de altura en 20 minutos. Si la reducción de la altura del bloque fue constante, ¿cuánto disminuyó su altura cada minuto?

Tabla de Pitágoras

Para el siguiente tema utilizaremos la tabla de Pitágoras.

¿Qué es la Tabla de Pitágoras?

La tabla de Pitágoras es una cuadrícula que muestra el producto de los números enteros del 1 al 10. Se usa para entender la multiplicación y para identificar patrones y relaciones entre los números.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Como usar la tabla de Pitágoras

Identifica los números a multiplicar:

- Encuentra los dos números que deseas multiplicar. Uno se ubica en la fila y el otro en la columna.

Busca la intersección:

- Encuentra la celda donde la fila del primer número se cruza con la columna del segundo número.

Lee el resultado:

- El número en la celda de la intersección es el producto de los dos números.

Ejemplo

- **Multiplicación:** Si quieres multiplicar 6 por 8:
    1. Busca el 4 en la fila y el 2 en la columna.
    2. Encuentra la celda donde se cruzan.
    3. La celda muestra 8, por lo que 4×2=8.

Columna

Fila

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Potencias y raices

Módulo 5

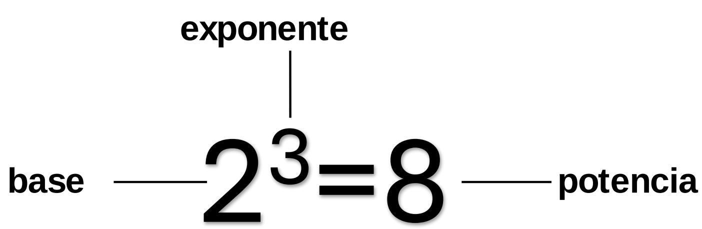
Propósito

Entender el concepto de potencia y raíz cuadrada, así como su relación inversa. Aprender a resolver problemas que involucren potencias y raíces, y reconocer las reglas para calcular potencias de números negativos. Desarrollar estrategias para la aproximación de raíces cuadradas de números no exactos.

Módulo 5. Potencias y raíces

Potencias

Una potencia se puede describir como el resultado de multiplicar un número por sí mismo varias veces. La manera de representar una potencia y sus componentes es la siguiente:



El número que se multiplica por sí mismo se denomina **base**, mientras que el número que indica cuántas veces se realizará la multiplicación se llama **exponente. La potencia** es el producto o resultado de multiplicar la base de tantas veces como indica el exponente.

Las operaciones se realizan de la siguiente manera:

$$2^3 = \underbrace{2 \text{ x } 2}_{4} \text{ x } 2 =$$

$$2^3 = 4 \text{ x } 2 = 8$$

$$2^3 = 8$$

Lectura de potencias

Ejercicios. Escribe las potencias en forma de multiplicación y resuélvelas con ayuda de una calculadora. Guíate por el ejemplo.

3^4=__ 3x3x3x3 = 81 ____

2^5=____

4^3=____

3^6=____

7^4=____

Potencias de números negativos

Cuando el número base es negativo, el resultado de la potencia depende de si el exponente es par o impar:

- **Exponente Par**: Una **base negativa será positiva siempre** que el **exponente sea par**. Ejemplo:

$(-2)^4$=	El 2 debe multiplicarse cuatro veces: $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$
(-2) (-2) = 4	Se multiplica el signo **negativo** del primer 2 por el signo **negativo** del segundo 2, así que el signo del resultado (16) es **positivo** y por eso no se escribe.
(4) (-2) = -8	El 4 **positivo** se multiplica por otro (-2) **negativo**, y como **positivo** por **negativo** da **negativo**, el resultado (8) es **negativo**.
(-8) (-2) = 16	Finalmente, el 8 **negativo** se multiplica por otro 2 **negativo**, así que el resultado final (16) de elevar (-2) a la cuarta potencia es **positivo.**

- **Exponente Impar:** la potencia de una **base negativa será negativa** si el **exponente es impar.**
    - Ejemplo: $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

$(-3)^3$=	El 3 debe multiplicarse tres veces: $(-3) \times (-3) \times (-3) = -27$
(-3) (-3) = 9	Se multiplica el signo **negativo** del primer 3 por el signo **negativo** del segundo 3, así que el resultado o producto (9) es **positivo.**
(9) (-3) = -27	El 9 **positivo** se multiplica por otro 3 **negativo** y, como **positivo** por **negativo** da negativo, el resultado final (27) de elevar -3 al cubo es **negativo**.

Raíz cuadrada

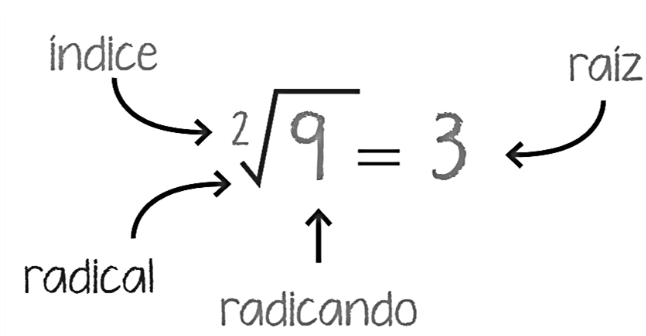
Concepto básico

La raíz cuadrada de un número es otro número que, cuando se multiplica por sí mismo, da como resultado el número original. Es la operación inversa a la potencia

Ejemplo:

- La raíz cuadrada de 25 es 5, porque 5×5=25. Es decir, $\sqrt{25}=5$.
- El símbolo para la raíz cuadrada es **√.** Por ejemplo, $\sqrt{9}$ significa la raíz cuadrada de 9.
- Matemáticamente, si *b* es la raíz cuadrada de *a*, entonces $b^2=a$. Así, $\sqrt{a}=b$.

Partes de una raíz cuadrada



■ Se usa el símbolo **radical** para expresar esta operación.

■ El número que está dentro del radical se llama **radicando**.

■ El resultado se llama **raíz**.

■ El **índice** señala cuántas veces se debe multiplicar por sí misma la raíz para obtener el radicando.

■ Cuando el índice se omite, se trata de una raíz cuadrada.

Observa estas potencias con su operación inversa que es la raíz.

$2^2 = 4 \longrightarrow \sqrt{4} = 2$ — *Se lee:* la raíz cuadrada de cuatro es dos.

$3^2 = 9 \longrightarrow \sqrt{9} = 3$ — *Se lee:* la raíz cuadrada de nueve es tres.

$4^2 = 16 \longrightarrow \sqrt{16} = 4$ — *Se lee:* la raíz cuadrada de dieciséis es cuatro.

Una manera de calcular raíces cuadradas es con ayuda de las tablas de multiplicación o de la tabla pitagórica. Entre estos números, solo los que están en la **diagonal señalada** tienen raíz exacta.

Para conocer la raíz, basta seleccionar alguna cantidad y ver de cuál número proviene.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	4	6	8	10	12	14	16	18	$\sqrt{4} = 2$
3	6	9	12	15	18	21	24	27	$\sqrt{9} = 3$
4	8	12	16	20	24	28	32	36	$\sqrt{16} = 4$
5	10	15	20	25	30	35	40	45	$\sqrt{25} = 5$
6	12	18	24	30	36	42	48	54	$\sqrt{36} = 6$
7	14	21	28	35	42	49	56	63	$\sqrt{49} = 7$
8	16	24	32	40	48	56	64	72	$\sqrt{64} = 8$
9	18	27	36	45	54	63	72	81	$\sqrt{81} = 9$

Un número cuya raíz cuadrada es exacta, es decir, que es un número entero, se llama **cuadrado perfecto.**

$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{9}=3$	$\sqrt{16}=4$	$\sqrt{25}=5$	$\sqrt{36}=6$	$\sqrt{49}=7$	$\sqrt{64}=8$	$\sqrt{91}=9$

Así como se puede elevar un número a cualquier potencia, también se le puede sacar raíz cúbica, cuarta, quinta, etcétera. Observa las siguientes raíces y su operación opuesta.

Raíz	Se lee	Potencia opuesta
$\sqrt[3]{27} = 3$	La raíz cúbica de veintisiete es tres	$3^3=27$
$\sqrt[4]{256} = 4$	La raíz cuarta de doscient	$4^4=256$
$\sqrt[5]{32} = 2$	La raíz quinta de treinta y dos es dos.	$2^5=32$

Formas de aproximación a la raíz cuadrada de un número

Los cuadrados perfectos entre 1 y 81 pueden localizarse en la *tabla pitagórica* o en las tablas de multiplicar, como ya se mencionó anteriormente.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Sin embargo, existen varios números cuya raíz cuadrada no es exacta, es decir, su raíz cuadrada tiene decimales. Por ejemplo:

$$\sqrt{7} = 2.64575131106$$

$$\sqrt{19} = 4.358898894354$$

$$\sqrt{22} = 4.69047575982$$

Hay varios métodos para calcular la raíz cuadrada aproximada de un número. Uno de ellos es utilizar una calculadora, que dependiendo del modelo, mostrará un número diferente de cifras decimales. Sin embargo, si no tienes una calculadora disponible, es útil conocer otra forma de calcularla.

Para ello, considera los cuadrados perfectos próximos al número que buscas. Por ejemplo, si buscas la raíz cuadrada de 3, al revisar los cuadrados perfectos en tu tabla pitagórica notarás que $\sqrt{3}$ es mayor que $\sqrt{1}$ y es menor que $\sqrt{4}$, así como 3 es mayor que 1 y 3 es menor que 4. Esto nos puede ayudar a saber que **la raíz de tres es aproximadamente igual a uno**. En número se representa así:

$$\sqrt{3} \cong 1$$

El símbolo ≅ significa aproximadamente igual a.

Del mismo modo, como $\sqrt{7}$ está entre $\sqrt{4}$ y $\sqrt{9}$, cuyos valores ya conoces, entonces la raíz de siete es aproximadamente dos. O bien:

$$\sqrt{7} \cong 2$$

Con los números más grandes el procedimiento es el mismo, si deseas aproximar la raíz cuadrada de 85, por ejemplo, si revisas en tu tabla notarás que $\sqrt{81}= 9$, así que:

$$\sqrt{85} \cong 9$$

¿Por qué no se puede sacar la raíz cuadrada de un número negativo en el conjunto de los números reales? Por lo siguiente:

Cuando hablamos de raíces cuadradas, estamos buscando un número que, al multiplicarse por sí mismo, dé como resultado el número original. Por ejemplo, la raíz cuadrada de 9 es 3, porque 3×3=9.

Para los números negativos, no existe un número real que, al multiplicarse por sí mismo, dé un resultado negativo. Esto se debe a que:

- ✓ Un número positivo multiplicado por otro número positivo siempre da un resultado positivo.
- ✓ Un número negativo multiplicado por otro número negativo también da un resultado positivo.

Por lo tanto, no hay ningún número real que multiplicado por sí mismo dé un resultado negativo. Por esta razón, la raíz cuadrada de un número negativo no está definida en el conjunto de los números reales.

Problemas que involucran potencias

Observa los pasos que se siguen para resolver problemas que involucran operaciones con potencias.

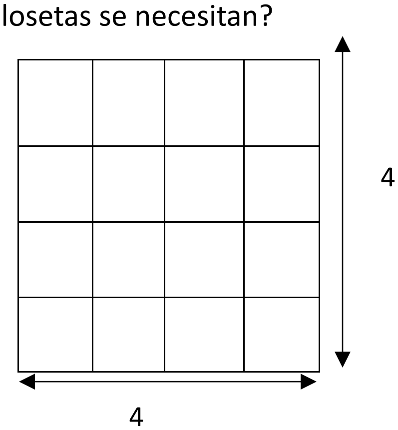
Ejemplo 1. En el jardín de una casa, hay cinco plantas de nopal. Cada planta tiene cinco pencas, y cada penca tiene cinco tunas. ¿Cuántas tunas hay en total en el jardín?

Procedimiento: Para contar cuántas tunas hay en total, se debe multiplicar el número de pencas por el número nopales, por el número de tunas en cada nopal. Como las cantidades son las mismas: 5 x 5 x 5 = 125.

Que es lo mismo a decir: $5^3 = 125$

Resultado: Hay en total 125 tunas.

Ejemplo 2. Se quiere cubrir un espacio con losetas cuadradas, con la cantidad que se muestra en la imagen. ¿Cuántas losetas se necesitan?



Nota:

El resultado de la raíz cuadrada de números negativos es un número imaginario, no un número real. No es posible calcular raíz cuadrada de números negativos. Si intentas, por ejemplo, sacar la raíz cuadrada de menos siete: $\sqrt{-7}$ en una calculadora**, el resultado será Error.**

Procedimiento:

Se necesitan 4 losetas de alto y 4 de base, entonces: 4 x4 = 16 Que es lo mismo que decir: $4^2 = 16$

Resultado: Se necesitan 16 losetas.

Resuelve los siguientes problemas, anota el procedimiento o las operaciones que realizaste y subraya el resultado correcto.

Problema 1. Pablo quiere ayudar a otras personas, por lo que coopera en un albergue con 7 desayunos para 7 personas diferentes los 7 días de la semana durante 7 semanas. ¿Cuántos desayunos habrá repartido al finalizar?

Procedimiento:

Opciones de resultado:

a)28 desayunos b)343 desayunos c)2 401 desayunos

Problema 2. Luisa está estudiando una carrera técnica. Este semestre llevará 3 materias, cada materia tiene 3 unidades y cada unidad tiene 3 secuencias. ¿Cuántas secuencias verá Luisa este semestre?

Procedimiento:

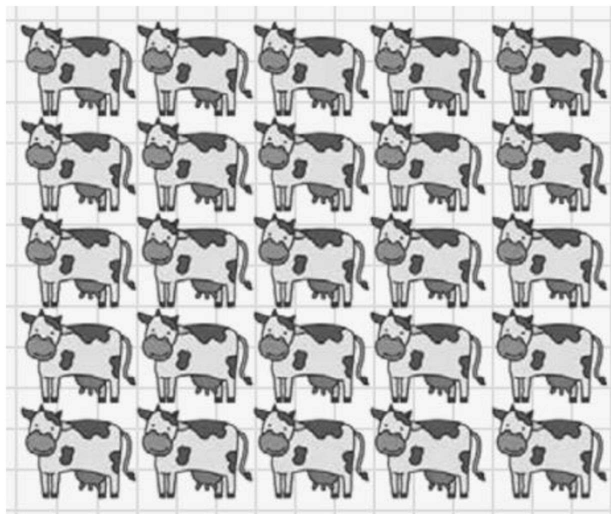
Opciones de resultado:

a)9 temas b)12 temas c)27 temas

Problemas con raíces

Lee los siguientes ejemplos de problemas que se resuelven aplicando la raíz cuadrada.

Ejemplo 1. Francisco tiene 25 vacas y las quiere acomodar en un corral cuadrado, en donde cada vaca tenga el mismo espacio. ¿Cuántas filas horizontales y verticales tiene que hacer para cuadricular el corral?



Procedimiento:

Se busca que el número de filas horizontales y verticales sea igual, es decir, un número que multiplicado por sí mismo sea 25, lo cual se obtiene así:

$\sqrt{25} = 5$ $\qquad$ $5 \times 5 = 25$

Resultado: Francisco acomoda sus vacas en 5 filas y 5 columnas

Problema 1. Xóchitl hizo los boletos para una kermés e imprimió la misma cantidad de hojas que el número de boletos por hoja. Si eran en total 225 boletos, ¿cuántas hojas imprimió?

Procedimiento:

Opciones de resultado:

a)13 hojas b)15 hojas c)17 hojas

Sistema métrico decimal y el sistema ingles

Módulo 6

Propósito

Familiarizarse con las principales unidades del sistema métrico decimal y del sistema de medida inglés para medir peso, volumen y longitud. Comprender las equivalencias entre ambos sistemas y aplicar estas conversiones en contextos de la vida diaria y situaciones problemáticas.

Modulo 6. Sistema métrico decimal y el sistema inglés.

Unidades del sistema métrico decimal para medir el peso

Principales unidades para medir el peso y su equivalencia en gramos		
Unidad	**Equivalencia en gramos**	**Símbolo**
kilogramo	1000 g	kg
hectogramo	100 g	hg
decagramo	10 g	dag
gramo	**1 g**	**g**
decigramo	0.1 g	dg
centigramo	0.01 g	cg
miligramo	0.001 g	mg

Para **subir un nivel** en la tabla **se multiplica por 10** y para obtener la equivalencia se **divide entre 10** en cada nivel.

Para **bajar un nive**l en la tabla **se divide entre 10** y para obtener la equivalencia se **multiplica por 10** en cada

En la vida diaria las unidades más utilizadas son los kilogramos, los gramos y los miligramos. Las conversiones entre ellas son las siguientes:

Conversión	Operación	Ejemplo
Gramos a kilogramos	Se **divide** la *cantidad de gramos* entre **1 000.**	Si Susana tiene 100 gramos de arena, ¿cuántos kilogramos de arena tiene? Para convertir los 100 gramos de arena a kilogramos, se divide 100 entre 1 000: 100 ÷ 1000 = 0.1 Por lo tanto, Susana tiene 0.1 kg de arena
Kilogramos a gramos	Se **multiplica** la cantidad de kilogramos por 1 000.	Ahora que, si Susana tiene 1.5 kg de arena, ¿cuántos gramos de arena tiene Susana? Para saberlo, multiplicamos 1.5 por 1 000: 1.5 x 1 000 = 1 500 Por lo tanto, Susana tiene 1 500 (mil quinientos) gramos de arena.
Miligramos a gramos	Se divide la cantidad de miligramos entre 1 000	

Unidades del sistema métrico decimal para capacidad y volumen

Capacidad

La capacidad es la cantidad de líquido que un recipiente puede contener.

Las unidades del sistema métrico decimal para medir la capacidad son las siguientes:

Principales unidades para medir capacidad y su equivalencia en litros		
Unidad	**Equivalencia en litros**	**Símbolo**
kilolitro	1000 l	kl
hectolitro	100 l	hl
decalitro	10 l	dal
litro	**1 l**	**l**
decilitro	0.1 l	dl
centilitro	0.01 l	cl
mililitro	0.001 l	ml

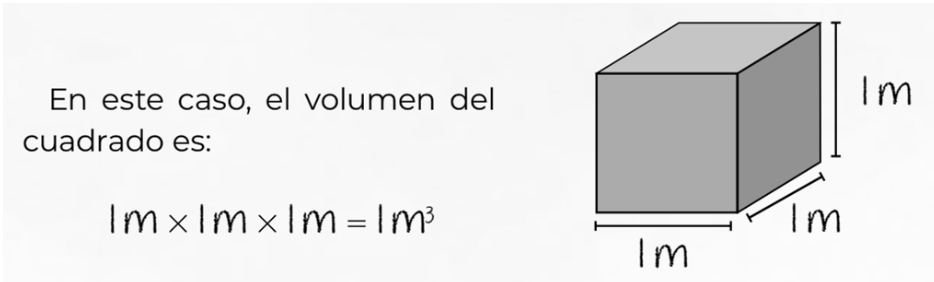
Al igual que con las unidades para medir el peso, para hacer la conversión entre unidades mayores o menores, se usa:

↑ **Multiplicación por 10**, siempre que se quiera **subir** un nivel en la tabla.

↓ **División entre 10**, siempre que se quiera **bajar** un nivel en la tabla.

Volumen

El volumen es la cantidad de espacio que ocupa un objeto tridimensional que tiene alto, largo y ancho, como un vaso, una jarra, un mueble.



Las unidades más comunes para medir el **volumen** en el sistema métrico decimal son las siguientes:

Principales unidades para medir el volumen y su equivalencia en metros cúbicos		
Unidad	**Equivalencia**	**Símbolo**
kilómetro cúbico	1 000 000 000 m^3	km^3
hectómetro cúbico	1 000 000 m^3	hm^3
decámetro cúbico	1 000 m^3	dam^3
metro cúbico	**1 m^3**	**m^3**
decímetro cúbico	0.001 m^3	dm^3
centímetro cúbico	0.000 001 m^3	cm^3
milímetro cúbico	0.000 000 001 m^3	mm^3

Para hacer la conversión entre unidades del sistema decimal:

Para **subir** cada nivel en la tabla se **multiplica** por **1 000**, pero para obtener la **equivalencia** se **divide** entre **1 000** en cada nivel.

Para **bajar** cada nivel en la tabla se **divide** entre **1 000**, pero para obtener la **equivalencia** se **multiplica** por 1 000 en cada nivel.

El sistema de medida inglés

Medidas de longitud

Algunas medidas del sistema inglés de longitud son las siguientes:

Una **pulgada** tiene aproximadamente la medida de un pulgar humano.

Un **pie** tiene aproximadamente la longitud de un pie humano.

Una **yarda** corresponde a la mitad de la longitud de los brazos extendidos.

Tabla de equivalencias de medidas de longitud entre el sistema inglés y el sistema decimal		
Unidad	**Equivalencia en las otras unidades del sistema inglés**	**Equivalencia en el sistema decimal**
Pulgada	1 /12 de pie	2.54 centímetros
Pie	12 pulgadas	30.48 centímetros
Yarda	3 pies	0.9144 metros

Las equivalencias de la tabla se leen de la siguiente manera:

- ✓ Una pulgada equivale a un doceavo de pie y a 2.54 centímetros.
- ✓ Un pie equivale a 12 pulgadas y a 30.48 centímetros.
- ✓ Una yarda equivale a tres pies y a 0.9144 metros, es decir, 91.44 centímetros.

Medidas de capacidad

Algunas medidas de capacidad del sistema inglés y sus relaciones con el sistema decimal son las siguientes:

Tabla de equivalencias de medidas de longitud entre el sistema inglés y el sistema decimal	
Unidad	**Equivalencia en el sistema decimal**
Onza líquida Fl oz	29.5735 mililitros
Galón Gal	3.7854 litros

Medidas de peso

De peso, la unidad más importante es la libra (lb) y su equivalencia en gramos es la siguiente:

1 libra = 453.5924 g

Los cuerpos geométricos

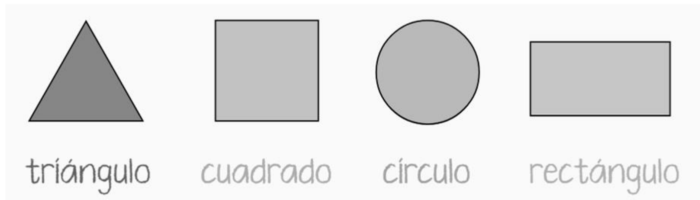
Módulo 7

Propósito

Identificar las características de los cuerpos geométricos, como poliedros y cuerpos redondos, y calcular su volumen. Comprender las diferencias entre figuras planas y cuerpos tridimensionales, así como las propiedades de los cubos, prismas, cilindros y pirámides.

Módulo 7. Los cuerpos geométricos

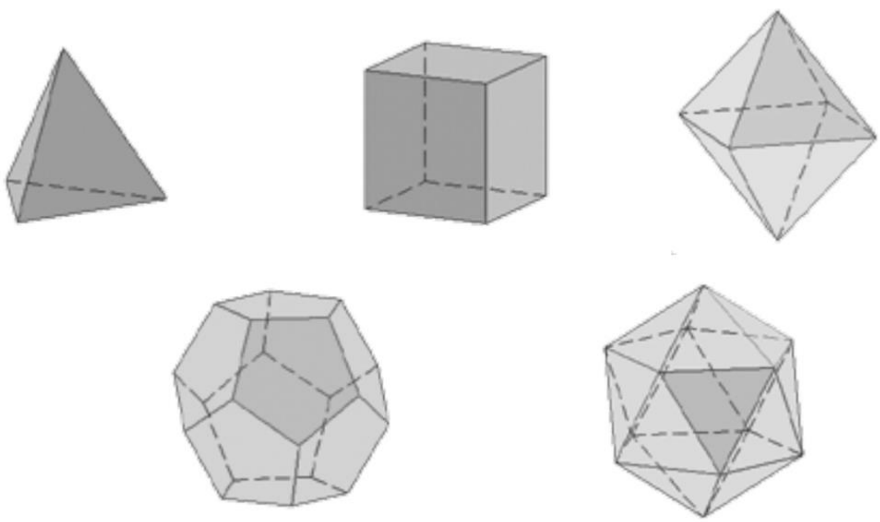
En la secundaria tienes que identificar **figuras geométricas**, como el triángulo, el cuadrado, el círculo, el rectángulo, entre otras. Son **polígonos planos** que tienen largo y alto, es decir, tienen solo **dos dimensiones**.



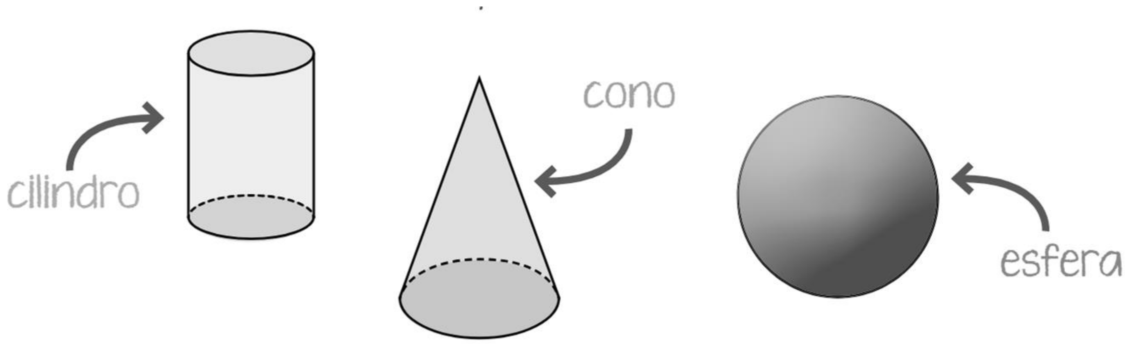
Los **cuerpos geométricos** son diferentes, ya que son figuras en tres dimensiones, además de largo y alto tienen ancho. Como el ancho es también la profundidad, ocupan un lugar en el espacio y tienen volumen. Estos son algunos ejemplos que puedes encontrar en la vida diaria:

Los **poliedros** y los **cuerpos redondos** son dos tipos de **cuerpos geométricos**.

Poliedros



Cuerpos redondos

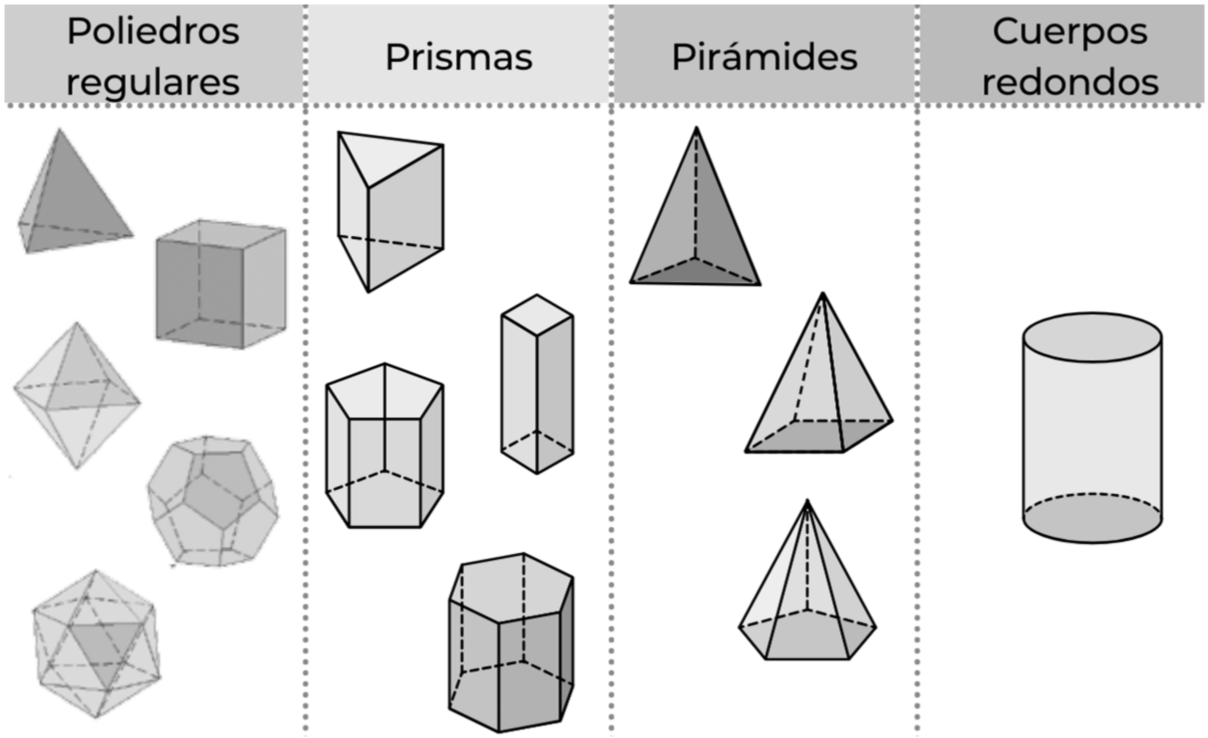


La palabra **poliedros** tiene sus raíces en el griego, son cuerpos geométricos que tienen muchos lados o caras

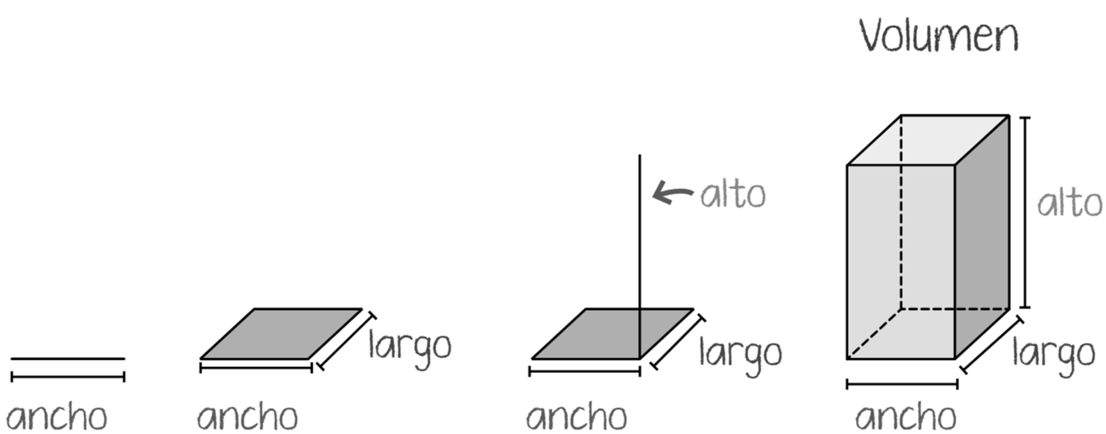
Poli	edros
Poli - muchos	Hedra - lados

Los polígonos regulares son aquellas figuras regulares que tienen todos sus lados y todos sus ángulos iguales entre sí. Por ejemplo, un triángulo equilátero, un círculo o un cuadrado.

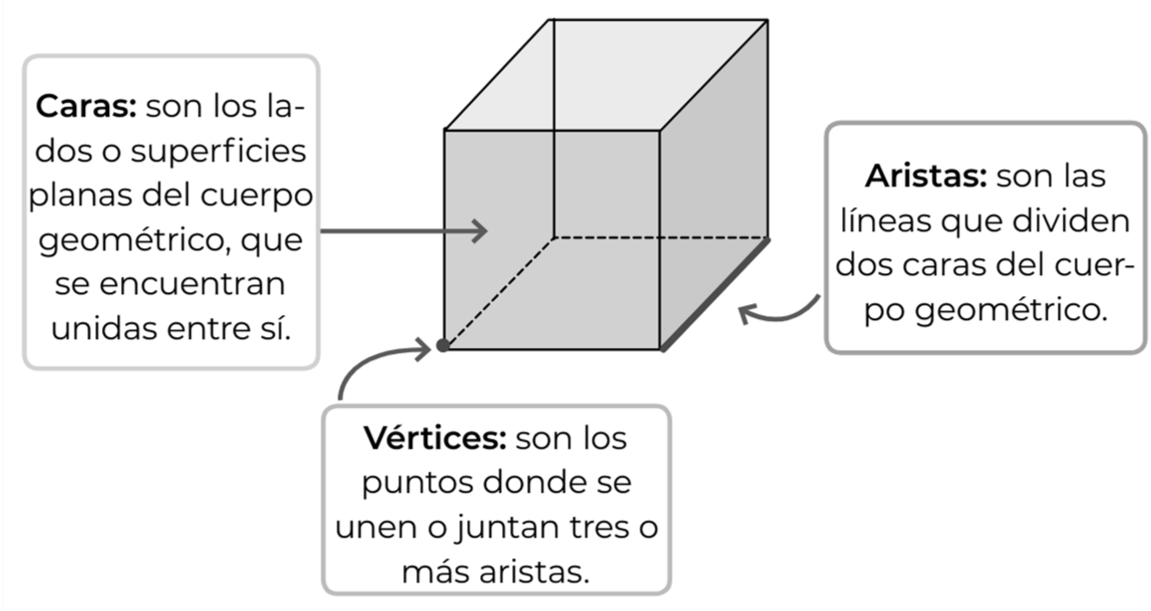
Los poliedros pueden ser regulares, prismas y pirámides. Un **poliedro es regular** cuando todas sus **caras son polígonos regulares**. Los **cuerpos redondos** tienen superficies curvas, o superficies **curvas** y **planas.**



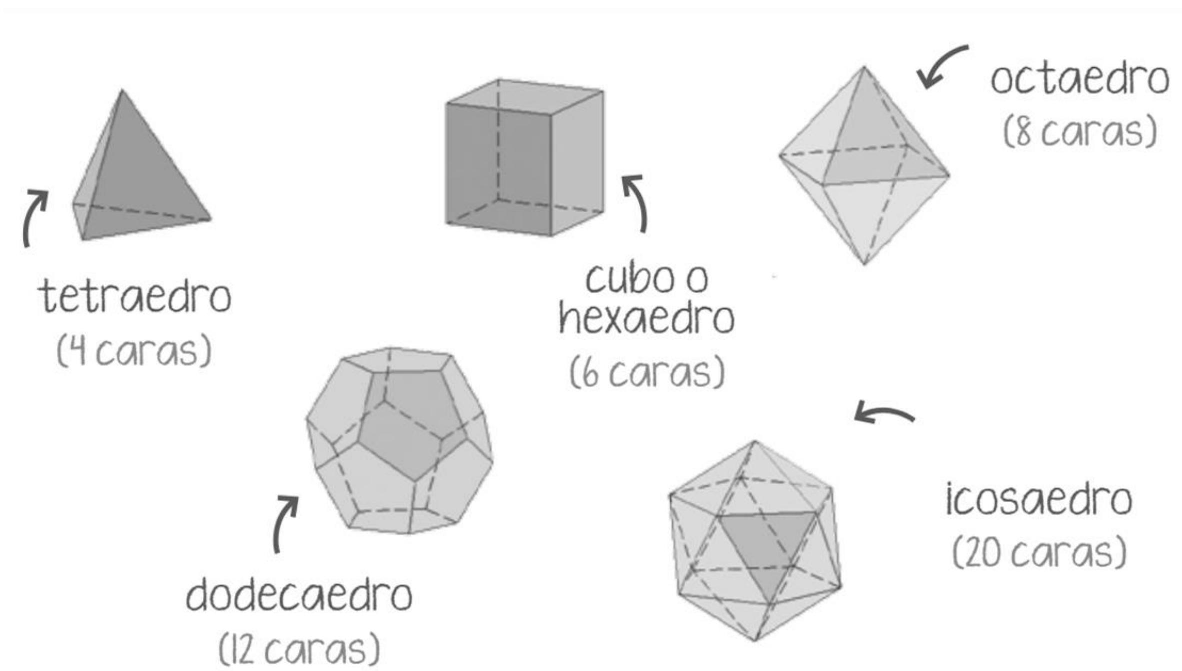
Todos los cuerpos geométricos tienen largo, alto y ancho, y por lo tanto, tienen volumen.



Todos los cuerpos geométricos están conformados por **caras**, **aristas** y **vértices.**



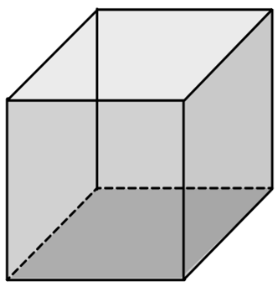
Estos son los principales poliedros regulares; observa que sus caras están formadas solo por figuras regulares.



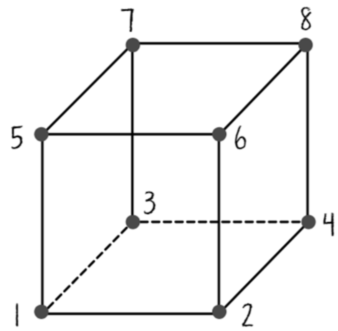
Recuerda que un **cuerpo regular tiene todas sus caras del mismo tamaño y también sus vértices son iguales.**

El cubo

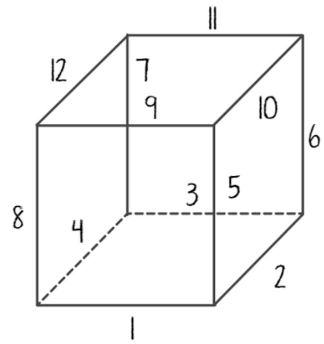
El cubo es un poliedro regular. Sus seis caras son cuadrados.



Tiene ocho vértices.



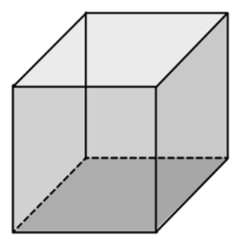
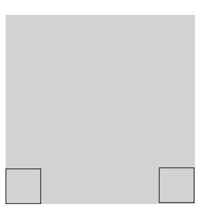
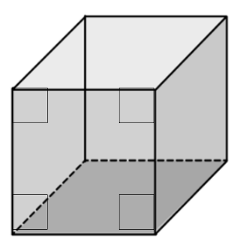
Y tiene doce aristas.

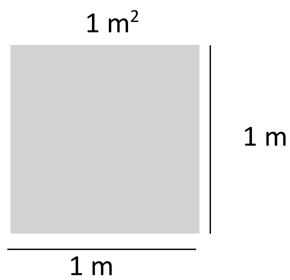
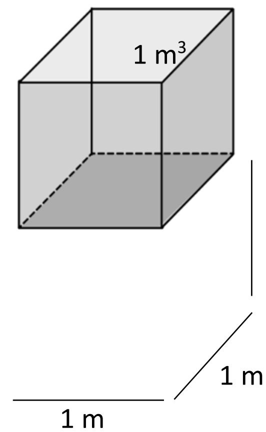


Propiedades del cubo

El cuadrado y el cubo son distintos el cubo es un cuerpo geométrico, con volumen, formado por seis cuadrados, que son figuras geométricas planas.

Diferencias entre el cuadrado y el cubo.

Cuadrado	**Cubo**
El cuadrado tiene lados iguales y dos pares de lados opuestos paralelos.	 El cubo tiene seis caras opuestas y paralelas.
	

En un cuadrado, cada lado está unido a dos lados. Cada uno de ellos forma un ángulo recto.  Para conocer cuánto mide su superficie, se calcula el área.	En el cubo, cada cara está unida a otras cuatro. Cada una de ellas tiene un ángulo recto.  Para conocer cuánto lugar ocupa en el espacio, se calcula el volumen.

El volumen de un cubo y de un prisma rectangular

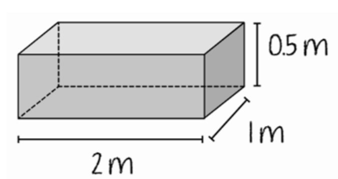
La unidad más común del sistema métrico decimal para medir el volumen es el **metro cúbico**, que se abrevia **m³.**

Un metro cúbico equivale a un cubo que mide un metro de largo por un metro de ancho y por un metro de alto.

Para calcular el volumen de un prisma rectangular con dos lados iguales y dos lados desiguales, se aplica la siguiente formula:

V = largo = alto = ancho

Donde V es igual a volumen



Ejemplo. Calcular el volumen de un prisma rectangular con las medidas siguientes:

Largo: 2 m
Ancho: 1 m
Alto: 0.5 m
Se aplica la fórmula:

V = largo = alto = ancho

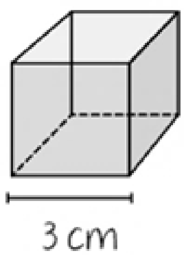
Se sustituyen los valores: V= 2 x 1 x 0.5

Se hacen las operaciones: V = 1

El volumen del prisma rectangular es de 1 m^3.

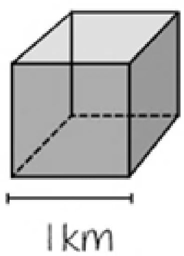
Ejercicio. Calcula el volumen de los cuerpos geométricos siguientes. Recuerda que las unidades de medida para volumen son cúbicas.

a) Calcula el volumen de estos cubos.



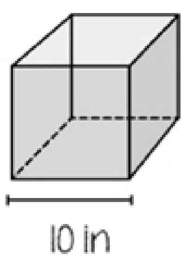
Operaciones:

Volumen =



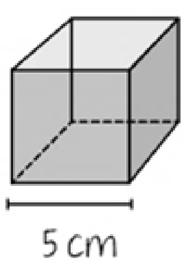
Operaciones:

Volumen =



Operaciones:

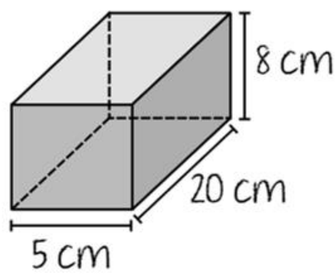
Volumen =



Operaciones:

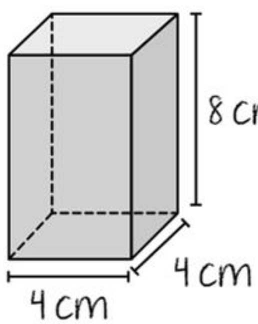
Volumen =

b) Calcula el volumen de estos prismas rectangulares.



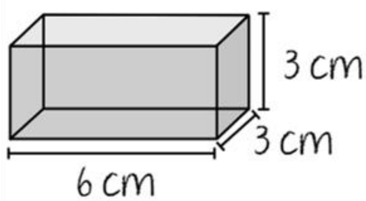
Operaciones:

Volumen =



Operaciones:

Volumen =

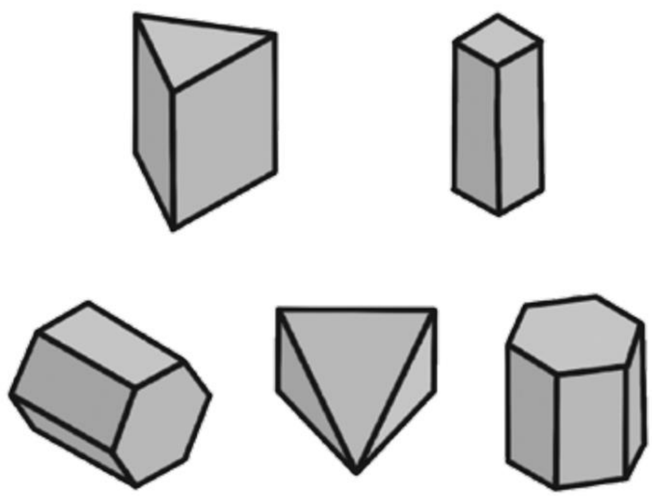


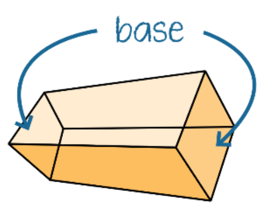
Operaciones:

Volumen =

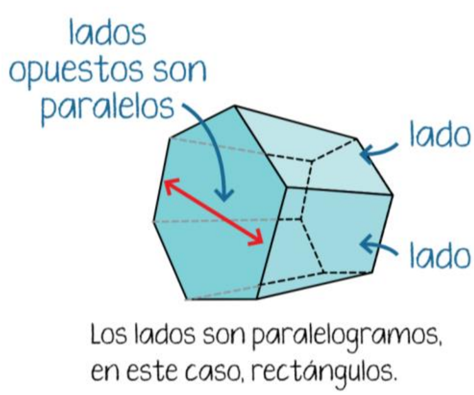
Los prismas y sus características

Los prismas tienen dos caras paralelas llamadas bases, que pueden tener la forma de un polígono regular o irregular.

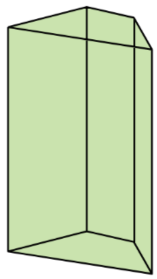




Este es un prisma cuadrangular porque su base es un cuadrado; por lo mismo, también es un prisma regular. Las otras caras de los prismas son paralelogramos, es decir, pueden ser cuadrados, rectángulos, rombos o romboides. También son paralelas con su lado opuesto.



El siguiente también es un prisma regular, pero en este caso se trata de un prisma hexagonal, porque su base tiene forma de hexágono.

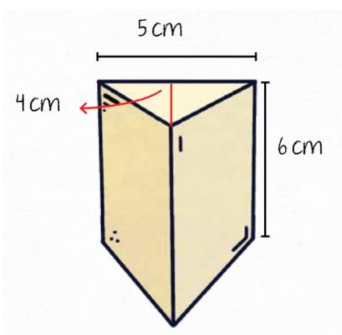


Este prisma es un cuerpo irregular porque su base es un trapecio

El volumen de un prisma triangular

$$\text{Volumen} = \frac{\text{base} \times \text{altura del triángulo} \times \text{altura del prisma}}{2}$$

Recuerda que se divide entre dos porque un triángulo es la mitad de un rectángulo. Al sustituir los valores:



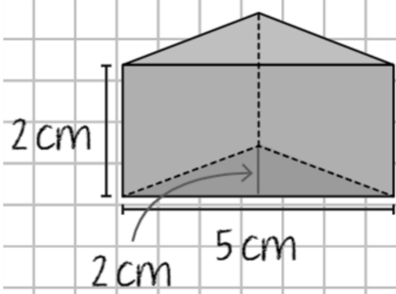
$$\text{Volumen} = \frac{5 \times 4 \times 6}{2}$$

Se hacen las operaciones:

$$\text{Volumen} = \frac{120}{2}$$

El resultado es: Volumen = 60 cm^3

Actividad 2. Calcula el volumen de los prismas triangulares. Guíate por el ejemplo.



Fórmula y sustitución:

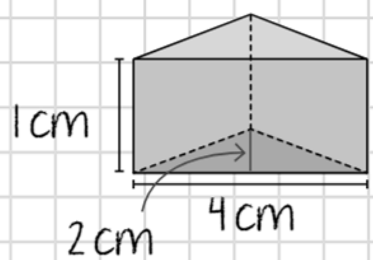
$$V = \frac{\text{base} \times \text{altura} \times \text{altura del prisma}}{2}$$

$$V = \frac{5 \times 2 \times 2}{2}$$

Operación:

$$V = \frac{20}{2} = 10$$

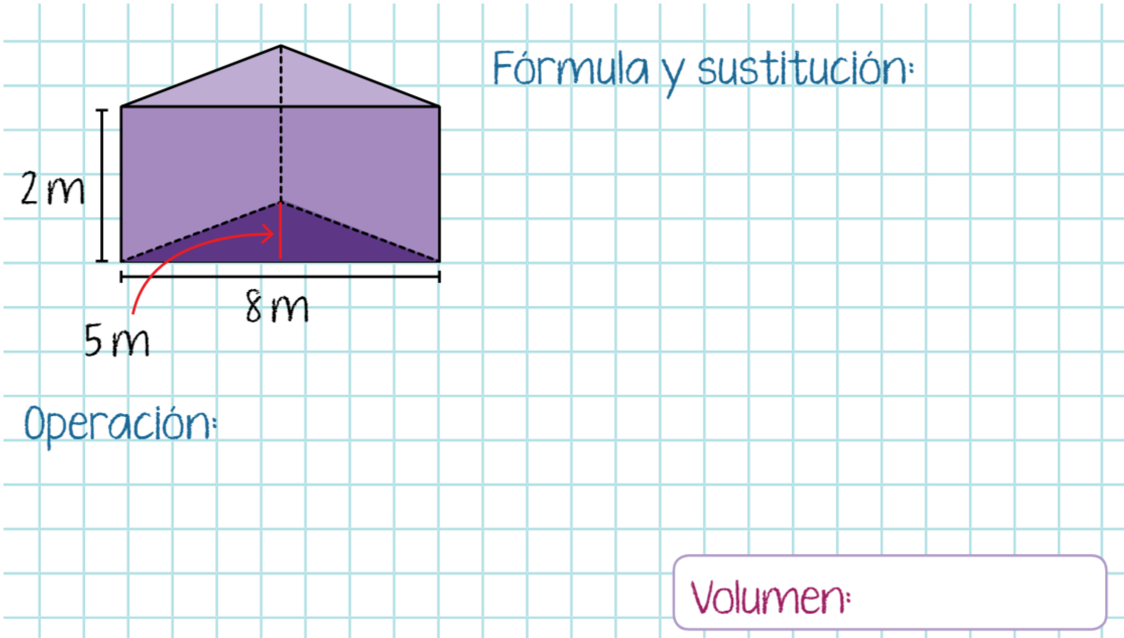
Volumen: 10 cm^3



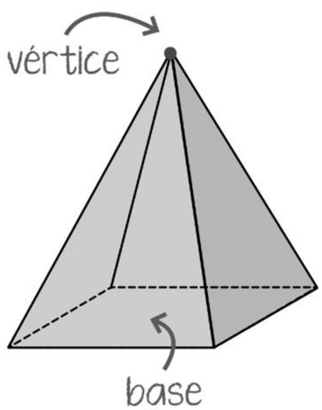
Fórmula y sustitución:

Operación:

Volumen:



Las pirámides y sus características



Una pirámide se forma de una base que se une con un vértice, que corresponde al punto más alto de la pirámide y que forma las caras laterales en forma de triángulo.

Las pirámides también se clasifican de acuerdo con sus bases. Por ejemplo:

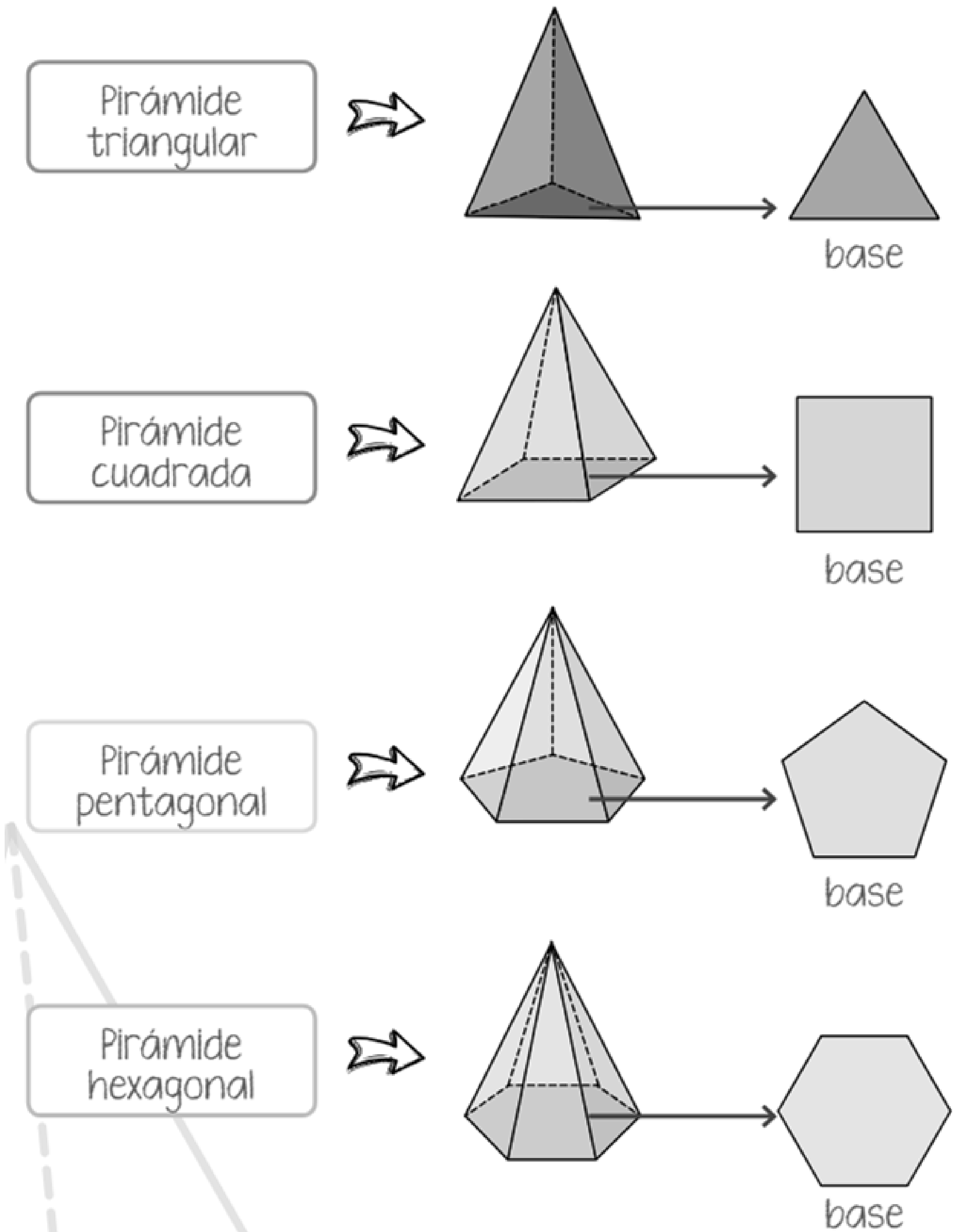
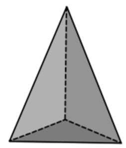
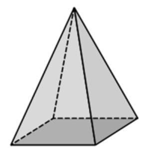
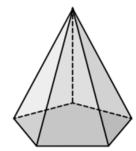
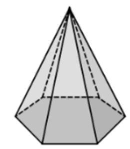
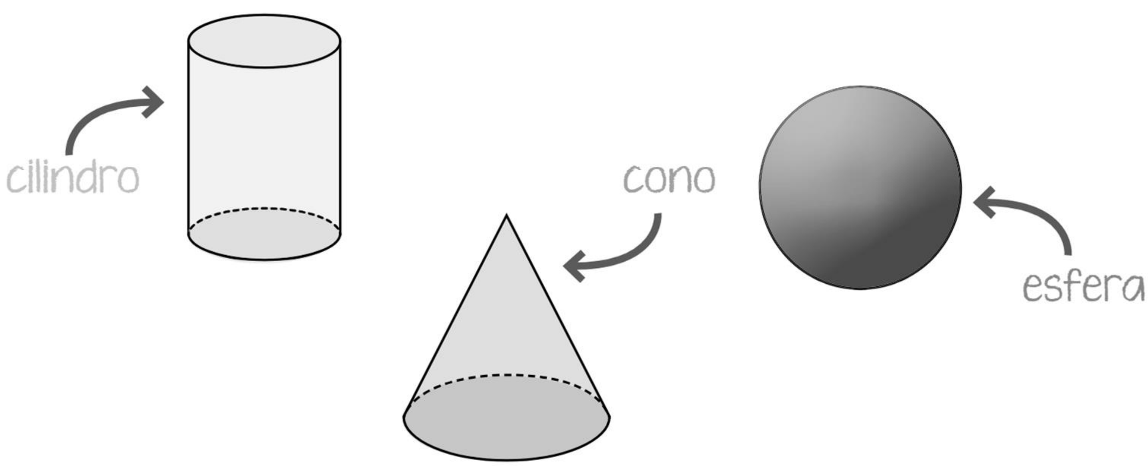

Pirámide triangular
base
Pirámide cuadrada
base
Pirámide pentagonal
base
Pirámide hexagonal
base

Tabla de características de algunas pirámides				
	Pirámide triangular	**Pirámide cuadrada**	**Pirámide pentagonal**	**Pirámide hexagonal**
Forma				
Número de lados de la base	3	4	5	6
Número de aristas	6	8	10	12
Número de vértices	4	5	6	7
Número de caras	4	5	6	7

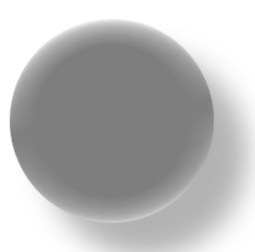
El cilindro

Cuerpos circulares

Los cuerpos redondos, que son aquellos que tienen al menos una de sus caras curvas. Estos son los más comunes.



Una esfera es un cuerpo geométrico que es redondo.

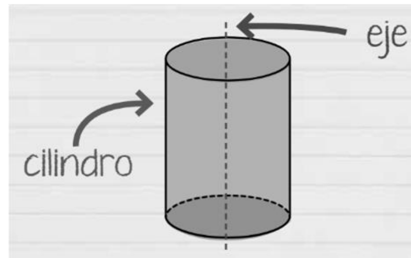


No debe confundirse con la circunferencia, que es una línea y solo tiene una dimensión, ni con el círculo, que tiene superficie y por eso posee dos dimensiones.

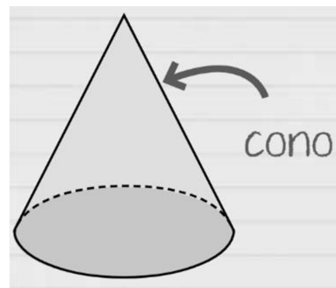
La **esfera**, por ser cuerpo geométrico, **tiene volumen** y es **tridimensional.**

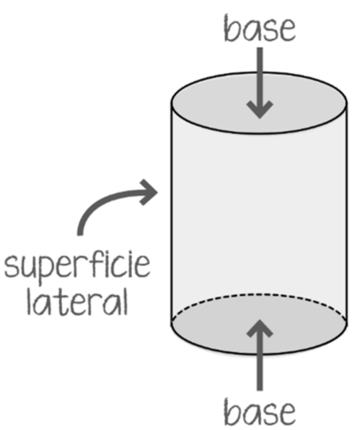
El **cilindro** es un cuerpo geométrico con:

- ✓ Dos caras idénticas y circulares.
- ✓ Una superficie lateral y curva.
- ✓ En el cilindro, todos los puntos de la superficie tienen la misma distancia a un eje que se ubica en el centro.



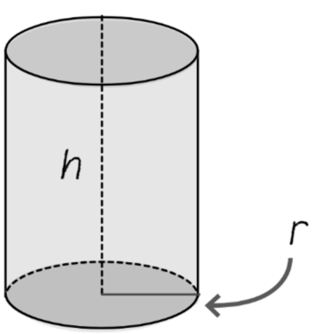
- ✓ Un cono es un cuerpo geométrico que tiene una base circular y un vértice.





Un cilindro está compuesto por dos bases circulares iguales y una superficie lateral, cerrada y curva, que si separas del cilindro y extiendes, forma un rectángulo. Las bases de dicho rectángulo son paralelas, como lo puedes ver en la ilustración extendida y bidimensional.

Como las dos bases son circulares, ambas tienen radio, que se representa por la letra r; en un cilindro las dos bases miden lo mismo en ambas porque son iguales.



La altura del cilindro se representa por la letra h y mide la distancia entre las dos bases circulares.

El cilindro tiene volumen porque es un cuerpo tridimensional; como sucede con los otros cuerpos geométricos, también es posible calcular el perímetro y el área de sus componentes, que son los dos círculos de sus bases y el rectángulo que se forma si se extiende la superficie lateral.

Formulas

Figura	Formula	Descripción
Perímetro de un círculo	P = π x d	Perímetro = 3.1416 x diámetro. Este símbolo se llama π *pi* y vale 3.1416
Área de un circulo	Área = π x (r x r)	Área = 3.1416 x (radio del círculo x radio del círculo)
Área de un rectángulo	Área = b x h	Área= base x altura
Perímetro de un rectángulo	P = (2 x altura) + (2 x base)	

El volumen de un cilindro

Para calcular el volumen de un cuadrado o de un prisma rectangular multiplicas largo por alto y por ancho.

En el caso del cilindro la fórmula cambia un poco, ya que su superficie es curva. Por esto es necesario utilizar una vez más el número π.

SU fórmula es:

$$\text{Volumen} = \pi \times \text{radio}^2 \times \text{altura}$$

Abreviando, la fórmula es la siguiente:

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Con esta fórmula ya puedes calcular el volumen de un cilindro. Por ejemplo, si tienes un cilindro de altura 10 cm y radio 3 cm, reemplazas en la fórmula los valores:

$$V = \pi \times \text{radio}^2 \times \text{altura}$$

$$V = 3.1416 \times 3^2 \times 10$$

Después haces las operaciones. Si tienes un número elevado al cuadrado, recuerda que debes resolver primero esa operación antes de multiplicarlo por otros. En este caso:

$$3^2 = 3 \times 3$$

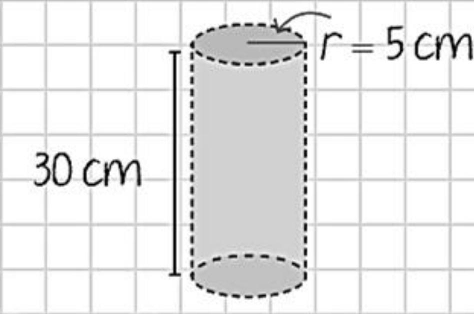
$$3^2 = 9$$

Las cantidades quedan de esta forma, y ya se puede resolver:

$$V = 3.1416 \times 9 \times 10$$

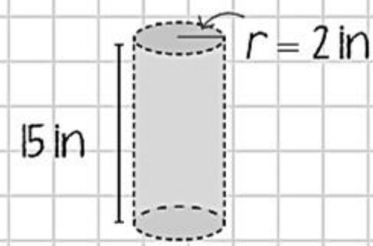
$$V = 282.744\ cm^3$$

Ejercicio. Calcula el volumen de las siguientes figuras.



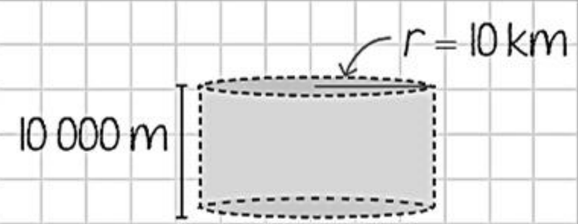
Operación:

Resultado:



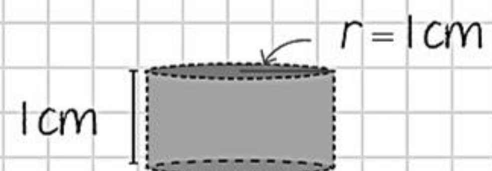
Operación:

Resultado:



Operación:

Resultado:



Operación:

Resultado:

Gráficas

Módulo 8

Propósito

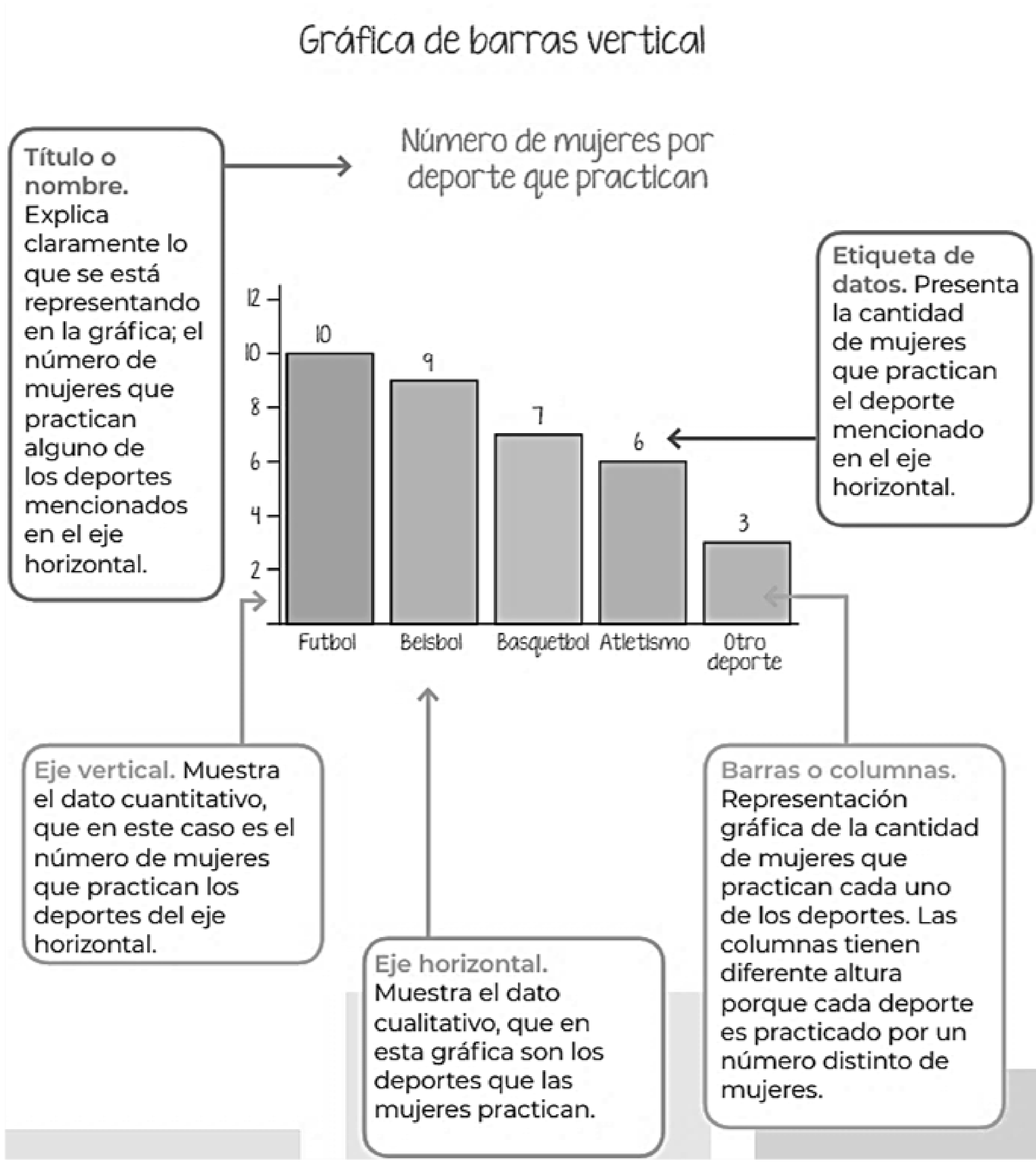
Interpretar y construir diferentes tipos de gráficas, como las gráficas de barras, histogramas y polígonos de frecuencia. Aprender a utilizar estas herramientas visuales para representar y analizar datos numéricos de forma clara y comprensible, facilitando la toma de decisiones informada.

Módulo 8. Graficas

Gráficas de barras

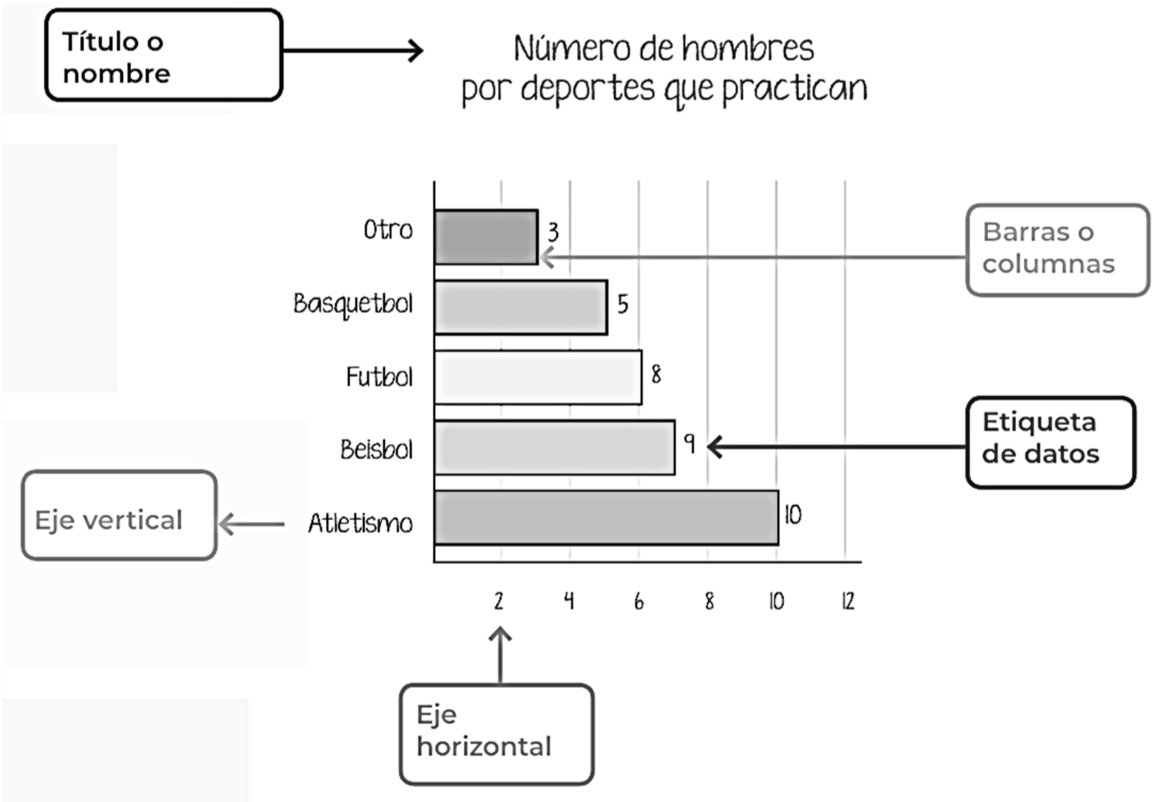
Los datos estadísticos se pueden representar con pictogramas y gráficas porque permiten la organización y comparación visual de datos sobre dos o más grupos de objetos.

Las gráficas son herramientas para comunicar visualmente diversos tipos de información numérica, facilitan la comprensión de conjuntos de datos complejos y evidencian o prueban relaciones, patrones y tendencias.



Observa la siguiente gráfica vertical, donde se señala cada uno de sus elementos.

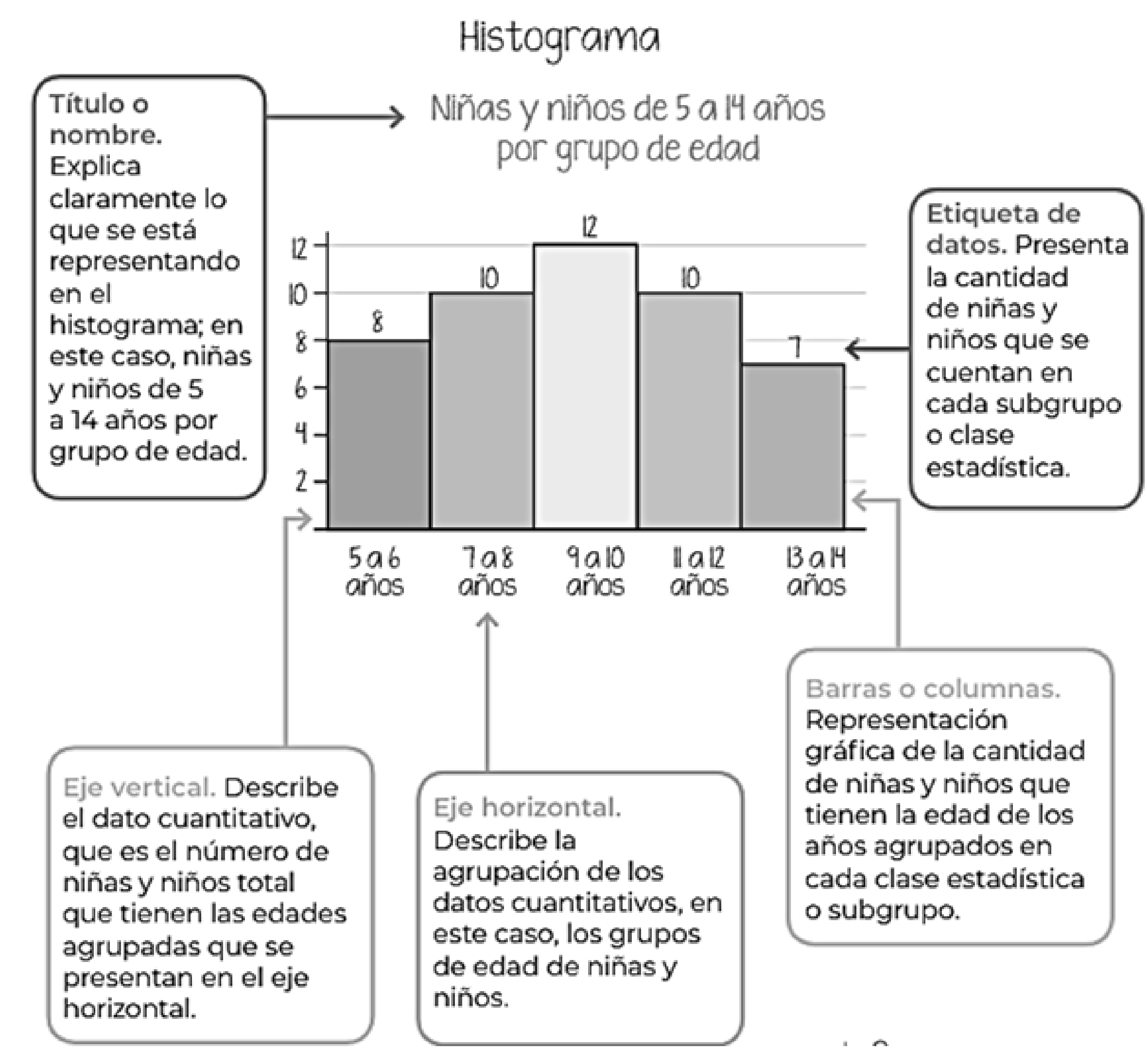
Observa la misma información en una gráfica horizontal, cambia la distribución de los datos: lo que se mostraba en el eje horizontal se presenta en el vertical y lo que se mostraba en el eje vertical ahora se presenta en el eje horizontal. Es decir, los datos cualitativos ahora están en el eje vertical, y los cuantitativos en el horizontal.



Histogramas

El histograma se distingue, entre otras características, porque sus barras no tienen espacio entre ellas y representan datos agrupados en clases o intervalos.

El histograma de esta tabla de datos es el siguiente.



Para una mejor lectura e interpretación de los datos de un histograma, este debe cumplir con los mismos elementos de una gráfica de barras.

En estadística, una variable es **una característica o cualidad de los individuos de una población**, como la edad, el estado civil, el sexo, en el caso de personas; las dimensiones, la capacidad, el diseño, en el caso de objetos. **Es un valor que cambia constantemente.**

Las variables pueden ser cualitativas o cuantitativas. **Las cualitativas** se refieren a cualidades que no pueden ser medidas con números, como el domicilio o el estado civil. **Las cuantitativas**, en cambio, son aquellas que sí pueden ser expresadas con números y por eso pueden hacerse operaciones con ellas. Por ejemplo, la edad o la temperatura.

A su vez, **las variables cuantitativas pueden ser discretas o continuas:**

Variables discretas

Son aquellas que no pueden tomar ningún valor entre dos números enteros porque perderían sentido.

Por ejemplo, la cantidad total de habitantes en un lugar se escribe en números enteros, sin decimales, pues no se podría decir que ahí viven 12 personas y media (12.5).

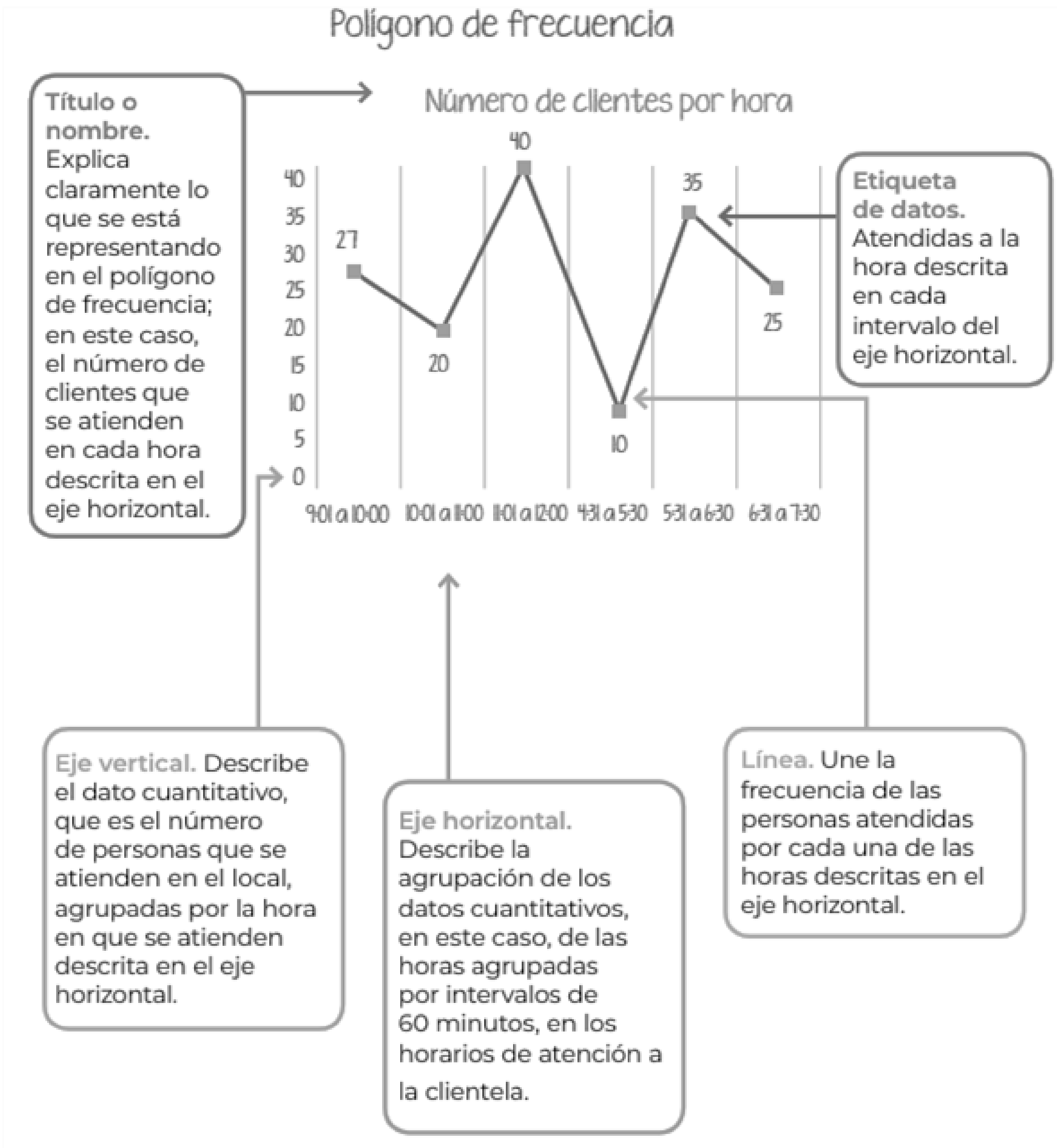
Variables continuas

Pueden tomar un valor entre dos números enteros. Por ejemplo, al medir la temperatura o la estatura de las personas puede haber valores entre dos números consecutivos: tener 38.5 grados centígrados de temperatura y medir 1.55 metros.

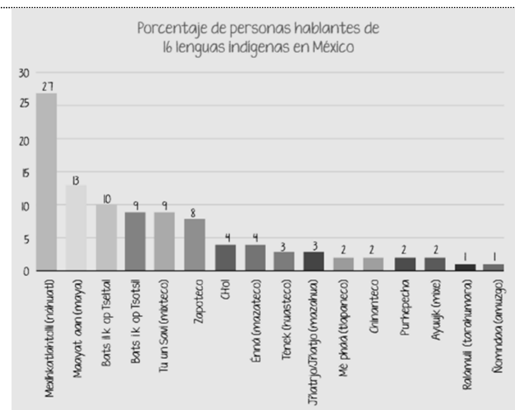
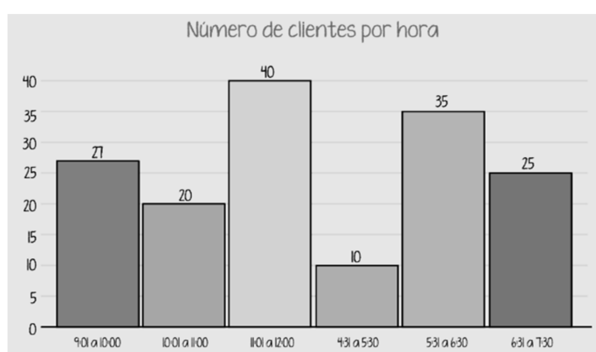
También se aplica para el porcentaje de población que vive en un lugar, ahí sí puede ser el 12.5 por ciento.

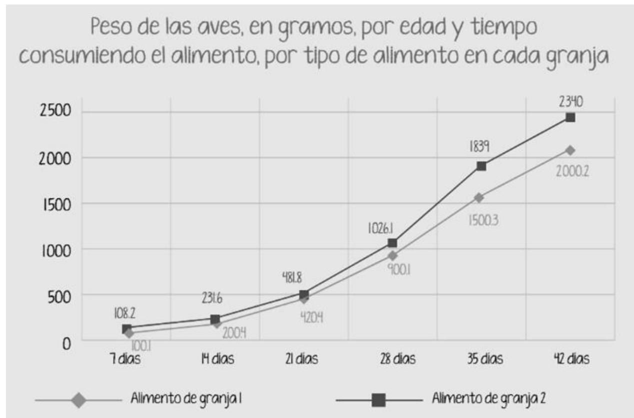
Polígono de frecuencia

Se crea a partir de un histograma y que, por su presentación visual, facilita la comparación de dos o más variables de los datos que se están analizando.



Uso de los diferentes tipos de gráficas

Tipo de grafica	Uso	Ilustración
Gráficas circulares	Muestran **la distribución proporcional** de un conjunto no extenso de datos. Esto quiere decir que al sumar cada una de las partes en que se divide se obtiene una unidad o total. En términos de porcentajes, se obtiene el 100%.	
Gráficas de barras	Sirven para mostrar **la distribución de la información**, pero permiten visualizar un **mayor número de datos** que las circulares.	
Histogramas	Sirven para **presentar gran cantidad de datos agrupados en clases estadísticas o subgrupos**; las barras van más juntas **porque los rangos que representan son continuos y sirven** para identificar la acumulación, tendencia,	

	variabilidad, dispersión y distribución de los datos.	
Polígonos de frecuencia	Son gráficas que resultan muy útiles cuando se quieren **comparar las tendencias o cambios en los datos por un tiempo determinado.**	

¡Felicidades, has llegado al final de esta guía de aprendizaje: pensamiento matemático 3!

Tu dedicación y esfuerzo te han llevado hasta aquí, y eso es algo de lo que debes estar muy orgulloso. Recuerda que el aprendizaje nunca termina, así que sigue explorando y desafiándote a ti mismo. ¡El mundo de las matemáticas está lleno de sorpresas y descubrimientos emocionantes! Sigue adelante con confianza y determinación. ¡Tú puedes lograr todo lo que te propongas!

Anais Valdez

Formativa.

Selecciona la respuesta correcta.

Módulo 1: Los números reales

1. **¿Qué conjunto numérico incluye a los números naturales, enteros, fraccionarios y decimales no repetitivos?**

    a) Números enteros

    b) Números racionales

    c) Números irracionales

    d) Números reales

2. **¿Cuál es un ejemplo de un número irracional?**

    a) 3.5

    b) -2/3

    c) √2

    d) -7

Módulo 2: La recta numérica

3. **¿Dónde se ubican los números negativos en la recta numérica?**

    a) A la derecha del cero

    b) A la izquierda del cero

    c) Encima del cero

    d) Debajo del cero

4. **¿Qué número es el punto central de la recta numérica?**

    a) 1

    b) -1

    c) Infinito

    d) 0

Módulo 3: Valor absoluto y valor relativo

5. **¿Cuál es el valor absoluto de -8?**

   a) -8

   b) 8

   c) 0

   d) 16

6. **Si comparamos 5 y -3, ¿cuál tiene mayor valor relativo?**

   a) -3

   b) 5

   c) Ambos son iguales

   d) Ninguno

Módulo 4: Operaciones con números con signo

7. **El resultado de 5 + (-3) es:**

   a) -8

   b) 2

   c) 8

   d) -2

8. **¿Cuál es el resultado de (-6) - (-4)?**

   a) -10

   b) 2

   c) -2

   d) 10

Módulo 5: Potencias y raíces

9. **¿Cuál es el resultado de 3^3?**

   a) 6

   b) 9

   c) 27

   d) 81

10. **¿Qué operación representa la raíz cuadrada de 16?**

    a) 16 × 2

    b) 16 ÷ 4

    c) 4 × 4

    d) 4 ÷ 2

Módulo 6: Sistema métrico decimal e inglés

11. **¿Cuál es la unidad básica de peso en el sistema métrico?**

    a) Gramo

    b) Libra

    c) Pulgada

    d) Galón

12. **En el sistema inglés, ¿cuántas pulgadas equivalen a un pie?**

    a) 6

    b) 10

    c) 12

    d) 16

Módulo 7: Cuerpos geométricos

13. **¿Qué característica define a los cuerpos geométricos?**

    a) Solo tienen dos dimensiones

    b) Tienen tres dimensiones: largo, alto y ancho

c) Son figuras planas

d) Solo tienen volumen, sin área

14. **¿Qué figura geométrica tiene seis caras cuadradas?**

    a) Círculo

    b) Prisma

    c) Cubo

    d) Cilindro

Módulo 8: Gráficas

15. **¿Para qué se utilizan las gráficas de barras?**

    a) Para mostrar la distribución proporcional de datos

    b) Para comparar variables discretas

    c) Para representar datos agrupados en intervalos

    d) Para representar la frecuencia de datos

16. **¿Qué tipo de gráfica no tiene espacio entre sus barras?**

    a) Gráfica circular

    b) Polígono de frecuencias

    c) Histograma

    d) Gráfica de barras

Aplicación Práctica de los Módulos

17. **¿Qué propiedad de los números reales se utiliza en la expresión 2×(3+4) = (2×3)+(2×4)?**

    a) Conmutativa

    b) Asociativa

    c) Distributiva

    d) Identidad

18. **¿Qué conjunto incluye al número 0?**

    a) Números naturales

    b) Números enteros

    c) Números irracionales

    d) Números reales positivos

19. **¿Qué es un cuadrado perfecto?**

    a) Un número que no tiene raíz cuadrada

    b) Un número cuyo cuadrado da un número decimal

    c) Un número cuya raíz cuadrada es un número entero

    d) Un número que se repite

20. **¿Cuál es la fórmula para calcular el volumen de un cilindro?**

    a) $V = \pi \times \text{radio}^2 \times \text{altura}$

    b) $V = \pi \times \text{radio} \times \text{altura}$

    c) $V = 2 \times \text{radio}^2 \times \text{altura}$

    d) $V = \text{área} \times \text{longitud}$

Problemas de Aplicación

21. **Roberto tiene $5000 y compra un televisor por $2500 y una computadora por $2000. ¿Cuánto dinero le queda?**

    a) $500

    b) $1000

    c) $2500

    d) Nada

22. **¿Cuánto pagará Pedro si trabaja 7 días y debe pagar $300 diarios por hospedaje?**

    a) $900

    b) $1500

    c) $2100

    d) $3000

23. **Si la base de un prisma rectangular mide 2m, su ancho 1m y su altura 0.5m, ¿cuál es su volumen?**

    a) $1m^3$

    b) $0.5m^3$

    c) $2m^3$

    d) $3m^3$

24. **Si Xóchitl imprimió 225 boletos distribuidos en hojas con la misma cantidad de boletos por hoja, y usó 15 hojas, ¿cuántos boletos imprimió por hoja?**

    a) 10

    b) 15

    c) 20

    d) 25